

КОНЦЕПЦИЯ РЕЗОНАНСОВ В ГЕНЕТИКЕ («РЕЗОНАНСНАЯ БИОИНФОРМАТИКА»)

Петухов С.В.

Зав. лабораторией биомеханических систем Института машиноведения РАН,
101990, Москва, Малый Харитоньевский пер., д.4. E-mail: <http://petoukhov.com/>

Оглавление

1. Введение
2. Колебательные процессы и матричное отображение резонансов
3. Таблицы наследования собственных значений матриц вибросистем и решетки Пеннета из генетики
4. Матричные уравнения колебательных систем в теории колебаний
5. Генетические алфавиты и тензорные системы резонансов
6. Симметрические свойства восьми октетов триплетов и их кодовых значений
7. О базовых частотах цветовосприятия
8. Об основном психофизическом законе Вебера-Фехнера
9. О морфогенетических законах филлотаксиса
10. Морфогенез и концепция резонансной генетики
11. Морфогенетическое поле как поле кооперативных резонансных взаимодействий.
12. Вибрационная механика и генетическая биомеханика
Заключительные замечания
Литература

1. Введение

Мысль об организации мира, включая живую материю, на основе вибраций относится к числу древнейших. Ее утверждали еще мыслители Древней Индии, Древнего Китая, Древней Греции. Например, в Индии существовало учение о высшем звуке «Надо-Брахман» как зародыше всего мироздания, которое является множеством вибраций той или иной частоты. В Древнем Китае полагали, что музыка – это то, что выражает гармонию неба и земли, согласованность инь и ян («Люй ши чунь цю»).

В наше время вибрациям и резонансам в организации мира и живой материи посвящается много работ. Например, Никола Тесла утверждал, что *“все связи между явлениями устанавливаются исключительно путем разного рода простых и сложных резонансов — согласованных вибраций физических систем”*. Книга «Вибрационная медицина» [Гербер, 2008] называет резонанс *«ключом к пониманию и управлению любой системой, который открывает дверь в невидимый мир жизненных процессов»*. А.М. Молчанов (https://ru.wikipedia.org/wiki/Молчанов,_Альберт_Макарьевич), автор гипотезы о резонансном строении Солнечной системы, считал, что резонансность характерна для любой эволюционно зрелой динамической системы.

Интерес к вибрациям и резонансам в биологии и медицине подогревается существованием методик вибрационной и резонансной терапии, диагностики (например, магнито-резонансная томография) и пр. Вибрационная болезнь, вызываемая вредным влиянием промышленных и транспортных вибраций, является ведущим профессиональным заболеванием наряду с силикозом. В Институте машиноведения РАН с 1975 года существует отдел

вибрационной биомеханики, созданный вице-президентом РАН академиком К.В.Фроловым. В этом отделе автор заведует лабораторией биомеханических систем.

Итак, идея значимости вибраций и резонансов для живой материи, обычно обсуждаемая на основе экспериментальных данных или умозрительных заключений, вовсе не является новой. Что же нового представляется в нашей работе? Новое заключается в обнаружении пересечения мира генетических феноменов с миром математики резонансных спектров вибрационных систем со многими степенями свободы. На этой основе развивается особый математический подход к моделированию систем генетического кодирования и генетических феноменов. Он выявляет в них скрытые взаимосвязи и закономерности и ведет к новому классу биоматематических моделей. Этот авторский подход использует математику матриц, обладающих удивительным свойством отображать резонансы. Полученные результаты свидетельствуют в пользу целесообразности осмысления генетической системы и ее феноменов на основе математики особых систем согласованных резонансов. При этом в поле зрения оказываются энергетические принципы биологической организации, поскольку частотные характеристики вибросистемы сопряжены с ее энергетикой.

Развиваемая концепция резонансной генетики сближает биологию с физикой, которая во многом базируется на представлениях о резонансах (включая работу М.Планка по излучению абсолютно черного тела, стартовую для квантовой механики с ее вниманием к спектрам колебаний). Она также дает новую область сращения генетики с информатикой, поскольку на системах резонансов можно строить прием и передачу информации (наши наследуемые способности коммуникации с помощью речи и пения – примеры этого). Описываемые результаты представляются существенными, в том числе, в свете утверждения И.Канта о том, что в каждой теории содержится столько истины, сколько в ней математики. Эти результаты сопряжены с новым пониманием самой жизни, возникшем благодаря достижениям науки: *«Жизнь есть партнерство между генами и математикой»* [Stewart, 1999].

Подчеркнем, что в данной статье речь идет о цепном (или строчном) принципе последовательной передачи информации, который применяется в речевой коммуникации, письменности, компьютерной информатике, радиосвязи, телевизионных изображениях на основе строчной развертки, генетических последовательностях и пр. Как известно [Сороко, 1971], он кардинально отличается от голографического принципа передачи информации, который иногда ставится во главу угла при попытках осмысления генетических феноменов.

Полученные результаты позволяют выдвинуть концепцию о ключевой роли систем резонансных частот в генетике и моделировать генетические структуры и феномены на языке этих систем. Возникает возможность нового понимания известных биологических понятий и законов, например:

- 1) Генетические алфавиты являются системами резонансов; соответственно, генетический код предстает как код систем резонансов;
- 2) Решетки Пеннета, традиционно описывающие полигибридное скрещивание организмов по законам Менделя, являются аналогами математических «таблиц наследования собственных значений» в тензорных семействах матриц вибрационных систем;

- 3) Аллели генов из законов Менделя могут интерпретироваться как собственные значения матриц, представляющих вибрационные системы со многими степенями свободы;
- 4) Некоторые наследуемые биологические законы могут моделироваться на едином языке систем резонансных частот для осмысления единства организма (например, основной психофизический закон Вебера-Фехнера и морфогенетические законы филлотаксиса).
- 5) Явления биологического морфогенеза и ростовых движений можно осмысливать с позиций представления о тензорном морфрезонансном поле как новой версии морфогенетического поля.

Вибрационная механика имеет множество приложений в технике в связи с ее феноменами резонансной синхронизации процессов, вибрационной сепарации и структуризации многофазных систем, вибротранспортировки, виброперекачки энергии внутри систем и пр. Наши результаты дают основание для более широкого использования этих феноменов при моделировании биологических явлений, в том числе явлений слабых воздействий. Они также сближают генетику с квантовой механикой, которая базируется на учете частотных и резонансных характеристик объектов квантово-механического мира.

2. Колебательные процессы и матричное отображение резонансов

Организм представляет собой огромный наследуемый хор согласованных колебательных процессов (механических, электрических, пьезоэлектрических, биохимических и пр.). С древних времен хрономедицина утверждает, что все болезни являются результатом рассогласований в этом хоре. С формальной точки зрения организм представляет собой колебательную систему со множеством степеней свободы. При этом в онтогенетическом развитии организма от зародыша во взрослую особь ее количество степеней свободы сильно возрастает при сохранении не только взаимной согласованности колебательных процессов на данном этапе развития, но и взаимной согласованности колебательных процессов на разных этапах. Резонансы в такой системе могут служить механизмами согласования и упорядочения множества ее колебательных процессов.

Каждый организм наделен унаследованной способностью настраиваться на резонансы и использовать резонансы как носители информации. Примеры этого дают наша речь и пение, использующие речевой и вокальный аппараты как колебательные системы со многими степенями свободы. Но согласно классикам структурной лингвистики (см. обзор в книге [Петухов, 2008, глава 6]), наши лингвистические языки возникли не на пустом месте, а являются продолжением и надстройкой самого древнего и самого живого из всех языков – генетического языка (в данной связи, например, книга [Маковский, 1992] носит характерное название “Лингвистическая генетика”). Это служит одним из поводов исследовать генетическую систему, включая генетические алфавиты, с позиций матричной математики резонансов колебательных систем со многими степенями свободы.

Матрицы наделены замечательным свойством отображать резонанс, который иногда называют их главным качеством [Балонин, 2010, с. 21, 26]. Физическое явление резонанса хорошо знакомо каждому. Моделируя прохождение сигнала “s” через акустическую систему A, представленную

матрицей A , записывают $y = A \times s$. Если входной сигнал “ s ” – резонансный тон, тогда выходной сигнал “ y ” повторит его с точностью до масштабного множителя $y = \lambda \times s$ подобно тому, как настроенная музыкальная струна вторит камертону. У матрицы количество резонансных тонов (“струн”) отвечает ее размеру и количеству степеней свободы той системы, которую она представляет. Эти резонансные тоны называют собственными векторами матрицы, а масштабные коэффициенты при них – ее собственными значениями, набор которых составляет спектр системы A (или матрицы A). Частоты $\omega_i = \lambda_i^{0.5}$ [Глэдвел, 2008, с. 61]) называются собственными частотами системы, а соответствующие им собственные векторы называются ее собственными формами колебаний (или просто собственными колебаниями). Эти свободные незатухающие колебания происходят в системе при отсутствии в ней сил трения и действия внешних возбуждающих сил. Поведение системы при свободных колебаниях определяет ее поведение при многих других условиях. Если задать системе некоторую статическую деформацию, а затем освободить систему, то возникнут свободные колебания по всем соответствующим формам; каждое из таких колебаний будет происходить с соответствующей собственной частотой независимо от остальных движений. В этой связи для теории колебаний одной из основных задач является определение собственных форм колебаний тела и собственных частот $\omega_i = \lambda_i^{0.5}$. Для нахождения всех собственных значений λ_i (т.е. спектра системы A) и собственных векторов матрицы A , задаваемых уравнением $A \times s = \lambda \times s$, исследуют “характеристическое уравнение” матрицы A : $\det(A - \lambda E) = 0$, где E – единичная матрица. Характеристическое уравнение вместе с его собственными значениями и собственными векторами является основным в теории механических, электрических и других колебаний на макроскопическом и микроскопическом уровнях.

Автор, не создавая какой-либо новой математики, применил эту классическую матричную математику теории колебаний, в том числе тензорное (или кронекеровское) произведение матриц, для анализа и моделирования генетических феноменов. По теории колебаний существует много книг с некоторой терминологической путаницей в них. При подготовке данной статьи автор опирался на многие книги, но в основном на обстоятельную книгу [Глэдвел, 2008]. В ней детально разобрано множество примеров колебаний пружинно-массовых систем со многими степенями свободы и тщательно прописана соответствующая матричная теория.

Напомним сущность собственных чисел и векторов на примере (2×2) -матрицы A , действующей на двумерные вектора $[x, y]$ (Рис. 1). При этом действии практически любой исходный вектор трансформируется в вектор измененного направления. Исключением являются вектора, принадлежащие двум ортогональным направлениям, показанным на Рис. 1 пунктирными линиями: эти вектора, называемые собственными векторами матрицы A , трансформируются в вектора того же направления, принадлежащие той же пунктирной линии. Эти собственные вектора при действии матрицы A масштабируются с коэффициентом, который называется собственным значением (или собственным числом) матрицы A , соответствующим данному собственному вектору. Обычно, говоря о собственных векторах матрицы, имеют в виду вектора, нормированные на единичную длину. В приведенном примере матрица A имеет нормированные собственные вектора $[0.27, -0.96]$ и $[-$

0.96, -0.27], а ее собственные значения равны 1.83 и 4.17.

$$A = \begin{vmatrix} 4, & 0.6 \\ 0.6 & 2 \end{vmatrix}$$

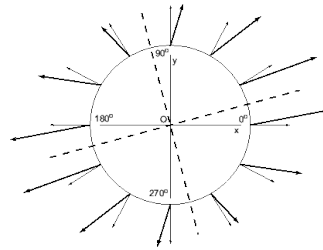


Рис. 1. Иллюстрация действия матрицы A на вектора $[x, y]$ (взято из <http://www.astronet.ru/db/msg/1190817/node8.html>)

Резонансными свойствами обладают все природные объекты как живые, так и прочие. И видов резонансных систем, вообще говоря, может существовать бесконечное количество. Имеют ли живые организмы какую-то отличительную специфику в их наследуемой системе резонансных характеристик, сопряженную с генетическими феноменами и структурами молекулярной системы генетического кодирования? Результаты нашего исследования свидетельствуют в пользу специфичности биологической системы наследуемых многообразий резонансов, расширяющихся в ходе онтогенеза организма. Излагаемый модельный подход сопряжен с относительно узким классом систем резонансов, связанным с собственными значениями и собственными векторами ($2^n \times 2^n$)-матриц из тензорных семейств, базирующихся на тензорном (или кронекеровском) произведении (2×2)-матриц.

В настоящей статье рассматриваются спектры ($2^n \times 2^n$)-матриц, возникающих в результате тензорных произведений исходных (2×2)-матриц и используемых в излагаемом подходе для моделирования генетических феноменов и структур.

Тензорное произведение матриц, обозначаемое \otimes , давно применяется в математике, физике, информатике, теории управления, теории кодирования и пр. Оно используется для алгоритмического порождения пространств с большей размерностью на базе пространств с меньшей размерностью (напоминая возрастание степеней свободы у ансамбля клеток растущего организма при их митотическом делении или у половых клеток при мейозе). Соответственно тензорное умножение матриц, соответствующих системам с исходным числом степеней свободы, позволяет переходить к матрицам систем с увеличенным количеством степеней свободы.

По определению, тензорным произведением двух квадратных матриц $V=||v_{ij}||$ и $W=||w_{sk}||$ порядка m и n соответственно называется матрица $Q = V \otimes W$

$= ||v_{ij} \times w_{sk}||$ увеличенного порядка $m \times n$ [Беллман, 1975]. Тензорное произведение обладает свойством наследования мозаичной структуры исходной матрицы при ее возведении в тензорные степени. Это наследуемое и тиражируемое включение мозаики предыдущей матрицы тензорного семейства в закономерно усложняющуюся мозаику очередной матрицы семейства связывает тензорное произведение с фракталами [Газале, 2002, глава X]. Рис. 2 показывает два примера такого образования фрактальных паттернов, вид

которых зависит от мозаики матрицы, возводимой в тензорную степень, которая обозначается показателем в скобках (n).

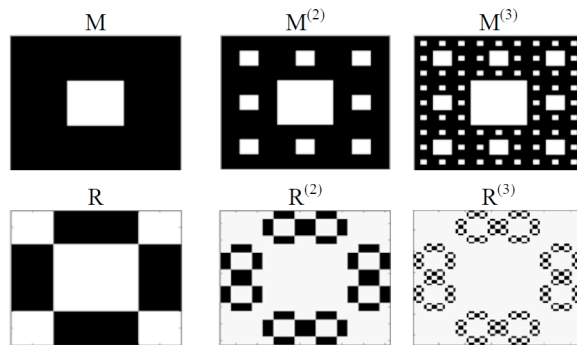


Рис. 2. Вверху: пример фрактального ковра Серпинского, образующегося в тензорном семействе матриц $M^{(n)} = [1, 1, 1; 1, 0, 1; 1, 1, 1]^{(n)}$. Внизу: пример фрактальных паттернов в тензорном семействе матриц $R^{(n)} = [0, 1, 1, 0; 1, 0, 0, 1; 1, 0, 0, 1; 0, 1, 1, 0]^{(n)}$. Черный и белый цвета в мозаиках матриц соответствуют элементам 1 и 0.

3. Таблицы наследования собственных значений матриц вибросистем и решетки Пеннета из генетики

Тензорные произведения матриц наделены также свойством “наследования” собственных значений: если исходные квадратные матрицы V и W имеют собственные значения λ_i и μ_j соответственно, то все собственные значения их тензорного произведения $Q=V \otimes W$ являются произведениями $\lambda_i \times \mu_j$

этих собственных значений, тем самым “наследуемых” в такой форме. В силу данного свойства при последовательном возведении матрицы в возрастающие тензорные степени возникают деревья “гибридов” собственных значений, состоящие только из произведений наследуемых собственных значений исходной матрицы. Если каждая из исходных матриц V и W сама является тензорным произведением других квадратных матриц, то в этом случае за каждым использованным выше символом собственных значений λ_i матрицы V и собственных значений μ_j матрицы W скрывается целый набор собственных значений $\lambda_{i1}, \lambda_{i2}, \dots, \lambda_{in}$ и собственных значений $\mu_{j1}, \mu_{j2}, \dots, \mu_{jk}$ соответственно (это случай блочного представления собственных значений).

Особенности наследования собственных значений исходных (или “родительских”) матриц при тензорном перемножении матриц удобно представлять в виде “таблиц наследования”. Например, для (2×2) -матриц V и W , имеющих одинаковый набор собственных значений “А” и “а”, их тензорное произведение $Q=V \otimes W$ наделено собственными значениями $A \times A, A \times a, A \times a,$

$a \times a$, что представлено в табличной форме на Рис. 3 вверху слева. Этот случай тензорного “скрещивания” родительских матриц мы условно называем “моногибридным скрещиванием” матриц вибросистем.

| | | | |
|----------|---|----------|-----|
| | | Спектр W | |
| | | A | a |
| Спектр V | A | A*A | A*a |
| | a | A*a | a*a |

| | | | | | |
|--------------------|----|----------------------|------|------|------|
| | | «Материнский» спектр | | | |
| | | AB | Ab | aB | ab |
| «Отцовский» спектр | AB | AABB | AABb | AaBB | AaBb |
| | Ab | AABb | AAbb | AaBb | Aabb |
| | aB | AaBB | AaBb | aaBB | aaBb |
| | ab | AaBb | Aabb | aaBb | aabb |

| | | | | | | | | | |
|--------------------|-----|----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | «Материнский» спектр | | | | | | | |
| | | BD | AB | AbD | bd | aBD | aBd | abD | abd |
| «Отцовский» спектр | BD | AABBDD | AABBdd | AABbDD | AABbdd | AaBBDD | AaBBdd | AaBbDD | AaBbdd |
| | A d | AABBDD | AABBdd | AABbDD | AABbdd | AaBBDD | AaBBdd | AaBbDD | AaBbdd |
| | AbD | AABbDD | AABbdd | AAbbDD | AAbbdd | AaBbDD | AaBbdd | AabbDD | AabbDd |
| | Abd | AABbDd | AABbdd | AAbbDd | AAbbdd | AaBbDd | AaBbdd | AabbDd | Aabddd |
| | aBD | AaBBDD | AaBBdd | AaBbDD | AaBbdd | aaBBDD | aaBBdd | aaBbDD | aaBbdd |
| | aBd | AaBBDD | AaBBdd | AaBbDD | AaBbdd | aaBBDD | aaBBdd | aaBbDD | aaBbdd |
| | abD | AaBbDD | AaBbdd | AabbDD | AabbDd | aaBbDD | aaBbdd | aabbDD | aabbDd |
| | abd | AaBbDd | AaBbdd | AabbDd | Aabddd | aaBbDd | aaBbdd | aabbDd | aabddd |

Рис. 3. Примеры таблиц наследования собственных значений «родительских» ($2^n \times 2^n$)-матриц при их тензорном перемножении, которое выступает в роли операции тензорного «скрещивания» двух матриц вибросистем и сопоставляет им матрицу вибросистемы с увеличенным количеством степеней свободы. Показаны случаи моногибридного, дигибридного и тригибридного (внизу) тензорного скрещивания. Пояснения в тексте.

Рис. 3 показывает еще два примера таблиц наследования спектров при «полигибридном» скрещивании: вверху справа - таблица наследования для двух родительских матриц, четыре собственные значения которых AB, Ab, aB, ab состоят из двух сомножителей (случай «дигибридного» скрещивания); внизу дана таблица наследования для двух родительских матриц, восемь собственных значений которых ABD, ABd, . . . состоят из трех сомножителей (случай «тригибридного» скрещивания).

Эти таблицы наследования для спектров вибросистем подобны решеткам Пеннета для полигибридного скрещивания организмов (Рис. 4). Решетки Пеннета в генетике и ее учебниках представляют с 1906 года законы Менделя наследования признаков при полигибридном скрещивании (https://ru.wikipedia.org/wiki/Решётка_Пеннета). Эти решетки — графический метод, предложенный английским биологом Р. Пеннетом (R. Punnett), для определения генотипа по сочетанию мужских и женских гамет при скрещивании. Только в решетках Пеннета вместо собственных значений матриц и их комбинаций фигурируют аналогичные комбинации доминантных и рецессивных аллелей генов от родительских репродуктивных клеток - гамет.

| | | | |
|------------------|---|--------------------|-----|
| | | Материнские гаметы | |
| | | A | a |
| Отцовские гаметы | A | A*A | A*a |
| | a | A*a | a*a |

| | | | | | |
|------------------|----|--------------------|------|------|------|
| | | Материнские гаметы | | | |
| | | AB | Ab | aB | ab |
| Отцовские гаметы | AB | AABB | AABb | AaBB | AaBb |
| | Ab | AABb | AAbb | AaBb | Aabb |
| | aB | AaBB | AaBb | aaBB | aaBb |
| | ab | AaBb | Aabb | aaBb | aabb |

| | | Материнские гаметы | | | | | | | |
|------------------|-----|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | ABD | ABd | AbD | Abd | aBD | aBd | abD | abd |
| Отцовские гаметы | ABD | AABBDD | AABBdD | AABbDD | AABbDd | AaBBDD | AaBBdD | AaBbDD | AaBbDd |
| | ABd | AABBdD | AABBdd | AABbDd | AABbdd | AaBBdD | AaBBdd | AaBbDd | AaBbdd |
| | Ab | AABbDD | AABbDd | AAbbDD | AAbbDd | AaBbDD | AaBbDd | AabbDD | AabbDd |
| | Abd | AABbDd | AABbdd | AAbbDd | AAbbdd | AaBbDd | AaBbdd | AabbDd | Aabbdd |
| | aBD | AaBBDD | AaBBdD | AaBbDD | AaBbDd | aaBBDD | aaBBdD | aaBbDD | aaBbDd |
| | aBd | AaBBdD | AaBBdd | AaBbDd | AaBbdd | aaBBdD | aaBBdd | aaBbDd | aaBbdd |
| | abD | AaBbDD | AaBbDd | AabbDD | AabbDd | aaBbDD | aaBbDd | aabbDD | aabbDd |
| | abd | AaBbDd | AaBbdd | AabbDd | Aabbdd | aaBbDd | aaBbdd | aabbDd | aabbdd |

Рис. 4. Примеры решеток Пеннета для моногибридного, дигибридного и тригибридного скрещивания организмов по законам Менделя. Очевидна аналогия с таблицами на Рис. 3.

Отмечаемая нами формальная аналогия между решетками Пеннета комбинаций аллелей при полигибридном скрещивании организмов и таблицами наследования собственных значений матриц вибросистем порождает следующую мысль:

- аллели генов и их комбинации можно интерпретировать как собственные значения $(2^n * 2^n)$ -матриц из тензорных семейств матриц колебательных систем. Этот модельный подход акцентирует внимание на возможную важность для генетических систем особого класса взаимно связанных резонансов из тензорных семейств матриц, играющих роль биологических «матричных архетипов».

Данная тематика дополнительно связана с алгебрами гиперкомплексных чисел [Петухов, 2014; Petoukhov, 2011]. Речь идет о том, что учет бинарно-оппозиционных признаков гомозиготности и гетерозиготности по аллелям генов позволяет представлять отдельные комбинации аллелей посредством символов «+1» и «-1», что порождает соответствующие числовые представления решеток Пеннета и аналогичных им таблиц наследования собственных значений матриц вибросистем. Эти числовые матричные представления при их диадо-сдвиговой декомпозиции оказываются наборами разреженных матриц, замкнутыми по умножению и соответствующими определенным таблицам умножения гиперкомплексных чисел.

4. Матричные уравнения колебательных систем в теории колебаний

В теории колебаний для анализа резонансных характеристик колебательных систем со многими степенями свободы используются системы дифференциальных уравнений, которые представляются в сжатой и удобной матричной форме. При этом матричные представления колебательных систем со многими степенями свободы и заданными параметрами позволяют определить их собственные вектора и собственные числа λ_i , связанные квадратичной зависимостью с собственными частотами ω_i : $\lambda_i = \omega_i^2$. Например, пружинно-массовая система из книги [Глэдвел, 2008] с двумя степенями свободы и параметрами, указанными на Рис. 5, соответствует $(2*2)$ -матрице, спектр которой состоит из двух собственных чисел λ_1 и λ_2 . Каждое из них равно квадрату частоты колебаний ω_1^2 и ω_2^2 на том резонансном тоне, который соответствует собственному вектору данного собственного числа.

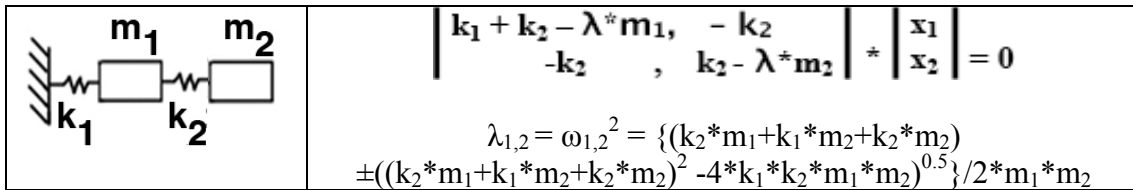


Рис. 5. Пример пружинно-массовой системы с двумя степенями свободы, массами m_1 и m_2 , жесткостью пружин k_1 и k_2 . Справа даны матричное уравнение для свободных колебаний объекта, а также выражения собственных значений $\lambda_{1,2}$.

Далеко не все квадратные матрицы представляют какие-то вибрационные системы. Матрица в примере на Рис. 5 является симметричной относительно главной диагонали. Симметричные матрицы имеют вещественные собственные значения и ортонормированные собственные вектора. Матрицы, которые актуальны в различных задачах теории колебаний, являются, как правило, симметричными [Глэдвел, 2008, с. 178]. Важное место в теории колебаний занимают матрицы Якоби, которые по определению являются симметричными трехдиагональными матрицами и которые появляются в простейших видах колебательных систем – линейных последовательностях масс, соединенных пружинами [Глэдвел, 2008, с. 15]. Вещественные собственные числа этих матриц всегда различны и упорядочиваются по величине.

Тензорное умножение («скрещивание») матриц таких двух вибросистем с двумя степенями свободы и собственными значениями λ_1 и λ_2 приводит к матрице вибросистемы с четырьмя степенями свободы, собственные значения которой выражаются через наследуемые собственные значения матриц родительских вибросистем: $\lambda_1^2, \lambda_1\lambda_2, \lambda_1\lambda_2, \lambda_2^2$. Этот алгоритмический процесс тензорного порождения колебательных систем с возрастающими степенями свободы и наследуемыми собственными значениями матриц можно продолжать бесконечно, переходя к системам со сколь угодно большим количеством степеней свободы.

5. Генетические алфавиты и тензорные системы резонансов

В прошлом веке в науке произошло великое объединение живых организмов: основы молекулярной системы генетического кодирования, связанные с молекулами ДНК, оказались одинаковыми у всех видов организмов. Возникло новое понимание самой жизни: “Жизнь есть партнерство между генами и математикой” [Stewart, 1999].

Но какая математика является партнером генетического кода, система которого обладает помехоустойчивыми свойствами? Пытаясь нащупать такую математику, автор обратился к изучению системы взаимно связанных генетических алфавитов. На этом пути были обнаружены связи молекулярно-генетической системы с известными формализмами инженерной теории помехоустойчивого кодирования [Петухов, 2008, 2011, 2012, 2014; Petoukhov, 2011, 2012; Petoukhov, He, 2010]]. Данные результаты представляются интересными в свете закона Менделя независимого комбинирования признаков: информация из микромира генетических молекул диктует конструкцию в

макромире живых организмов, несмотря на сильные шумы и помехи, сразу по многим независимым каналам (например, цвета волос, кожи и глаз наследуются независимо друг от друга). Этот диктат осуществляется посредством неизвестных алгоритмов многоканального помехоустойчивого кодирования. Следовательно, каждый организм представляет собой алгоритмическую машину многоканального помехоустойчивого кодирования. Для познания этой генетической машины целесообразно использовать теорию помехоустойчивого кодирования, базирующуюся на матрицах и применяемую в технике для решения сходных задач. Примером может служить помехоустойчивая передача качественных фотографий поверхности Марса на Землю в условиях сильного искажения и ослабления несущих электромагнитных сигналов, проходящих через миллионы километров помех. Это является одной из причин для концентрации внимания на матричном анализе структур генетического кода, включая анализ возможности использования генетических систем резонансов для передачи наследственной информации (генетический язык предшествует лингвистическим языкам [Якобсон, 1985; Маковский, 1992]).

Автором выдвигается гипотеза о том, что генетические алфавиты построены на базе систем резонансов, точнее спектров собственных значений и собственных векторов из тензорных семейств $[2^n \times 2^n]$ -матриц. С позиций данной гипотезы представим один из вариантов рассмотрения особенностей генетических алфавитов, свидетельствующий в пользу этой гипотезы.

Как известно, молекула наследственности ДНК содержит вдоль своих нитей последовательность четырех азотистых оснований - четырех “букв” базового генетического алфавита ДНК: аденина А, цитозина С, гуанина G, тимина Т. Алфавит поделен на комплементарные пары букв: А–Т и С–G, стоящих на двух нитях ДНК всегда напротив друг друга. Генетический код кодирует последовательности 20 видов аминокислот в цепевидных белках с помощью 64 триплетов, представляющих собой всевозможные комбинации из этих четырех букв типа CAG, GCT, ATC, . . .

Система генетического кодирования базируется на алфавитах n-плетов:

- набор 4 моноплетов (азотистых оснований А, С, G, Т);
- набор $4^2 = 16$ дуплетов (АА, АС, АG, . . .);
- набор $4^3 = 64$ триплетов (ААА, ААС, АСА, . . .).

(Эти же числа алфавитов 4, 16, 64 фигурируют в рассмотренных решетках Пеннета и таблицах наследования собственных значений).

Будем полагать четыре азотистые основания ДНК собственными значениями некоторых квадратных матриц и располагать их на диагоналях соответствующих диагональных матриц, используя известные факты:

- любая квадратная матрица с различными собственными числами λ_i трансформируется (за счет подбора базиса) в ее диагональную форму, в которой все ее собственные числа лежат на ее диагонали, а все остальные члены равны нулю;
- тензорные произведения диагональных матриц всегда порождают диагональные матрицы.

Науке не известно, почему базовый алфавит ДНК состоит именно из четырех полиатомных конструкций А, С, G, Т очень простого строения. Набор этих четырех конструкций не совершенно разнороден, а является носителем

содержательной симметричной системы различительно-объединяющих признаков (или, точнее, пар «признак-антипризнак»). Эта система пар оппозиционных признаков разбивает четырехбуквенный алфавит всеми тремя возможными способами на различные пары букв, эквивалентные по одному из этих признаков или его отсутствию (Рис. 6).

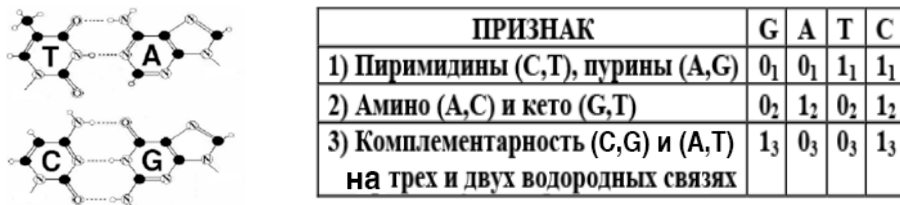


Рис. 6. Слева: молекулярное строение четырех азотистых оснований («букв») ДНК. Справа: разбиение четырехбуквенного алфавита ДНК на три бинарных субалфавита по трем бинарно-оппозиционным признакам. В каждом бинарном субалфавите буквы из пары эквивалентности обозначены символами 1 или 0.

Так, две из этих букв - C и T - эквивалентны друг другу по признаку пиримидиновости (имеют одно кольцо в их молекулярном строении), а две другие буквы - A и G - эквивалентны между собой по оппозиционному признаку пуриновости (имеют два кольца). По признаку «амино или кето» попарно эквивалентными выступают другие буквы: A=C и G=T. По признаку сильных или слабых водородных связей в комплементарных парах азотистых оснований образуется третий вид пар эквивалентности: G=C и A=T.

Таблица на Рис. 6 показывает, что каждая буква кода имеет три «лица» или значения в трех бинарных субалфавитах по названным признакам. По каждому из признаков четырехбуквенный алфавит кода свертывается в двухбуквенный алфавит. Соответственно, генетический текст в виде строчной последовательности четырех букв кода представлен тремя параллельными и различными последовательностями нулей и единиц. Образно говоря, в ДНК генетическая последовательность букв оказывается связкой параллельно сосуществующих текстов на трех разных языках, отражая свойство полиязычности или многомерности генетических последовательностей.

Мы продолжим эту природную схему членения на субалфавиты, перейдя к алфавитам 16 дуплетов и 64 триплетов и используя принцип парности букв. Представим, например, аминокислотную пару C и A и кето-пару G и T в виде членов диагональных (2*2)-матриц, т.е. ее собственных значений (Рис. 7). Тогда попарные тензорные произведения этих двух диагональных (2*2)-матриц представляют все множество 16 дуплетов в виде диагоналей четырех диагональных (4*4)-матриц (тетрад) с упорядоченным расположением дуплетов. При этом каждый из 16 дуплетов является одним из собственных значений своей матрицы и определяет соответствующий ему собственный вектор (Рис. 7). Индекс d после квадратных скобок означает запись диагональной матрицы в краткой форме, в которой выписаны только ее диагональные элементы. Тензорные произведения этих же двух диагональных матриц [C, A]_d и [T, G]_d в разных комбинациях по три представляют все множество 64 триплетов в виде диагоналей восьми диагональных (8*8)-матриц (октет диагоналей на Рис. 7 внизу).

| | | |
|--|---|--|
| $\begin{matrix} C, 0 \\ 0, A \end{matrix} = [C, A]_d$ | $\begin{matrix} T, 0 \\ 0, G \end{matrix} = [T, G]_d$ | $[C, A]_d \otimes [C, A]_d = [CC, CA, AC, AA]_d$ $[C, A]_d \otimes [T, G]_d = [CT, CG, AT, AG]_d$ $[T, G]_d \otimes [C, A]_d = [TC, TA, GC, GA]_d$ $[T, G]_d \otimes [T, G]_d = [TT, TG, GT, GG]_d$ |
| $[C, A]_d \otimes [C, A]_d \otimes [C, A]_d = [CCC, CCA, CAC, CAA, ACC, ACA, AAC, AAA]_d$ $[C, A]_d \otimes [C, A]_d \otimes [T, G]_d = [CCT, CCG, CAT, CAG, ACT, ACG, AAT, AAG]_d$ $[C, A]_d \otimes [T, G]_d \otimes [C, A]_d = [CTC, CTA, CGC, CGA, ATC, ATA, AGC, AGA]_d$ $[C, A]_d \otimes [T, G]_d \otimes [T, G]_d = [CTT, CTG, CGT, CGG, ATT, ATG, AGT, AGG]_d$ $[T, G]_d \otimes [C, A]_d \otimes [C, A]_d = [TCC, TCA, TAC, TAA, GCC, GCA, GAC, GAA]_d$ $[T, G]_d \otimes [C, A]_d \otimes [T, G]_d = [TCT, TCG, TAT, TAG, GCT, GCG, GAT, GAG]_d$ $[T, G]_d \otimes [T, G]_d \otimes [C, A]_d = [TTC, TTA, TGC, TGA, GTC, GTA, GGC, GGA]_d$ $[T, G]_d \otimes [T, G]_d \otimes [T, G]_d = [TTT, TTG, TGT, TGG, GTT, GTG, GGT, GGG]_d$ | | |

Рис. 7. Вверху слева: исходные диагональные (2*2)-матрицы с парами букв С и А, Т и G. Вверху справа: множество 16 дуплетов как тетрада диагоналей четырех диагональных (4*4)-матриц. Внизу: множество 64 триплетов как октет диагоналей восьми диагональных (8*8)-матриц.

Известно, что кодовые значения триплетов зависят от порядка букв в них. Например, одинаковые по буквенному составу триплеты ААС, АСА и САА, принадлежащие первому из октетов на Рис. 7, кодируют разные аминокислоты. В нашем подходе каждый из триплетов имеет свою индивидуальность, поскольку он выступает в качестве собственного значения одной из названных диагональных (8*8)-матриц и ему соответствует его собственный вектор этой матрицы (то есть один из восьми ортов 8-мерного пространства). В рассматриваемом примере каждый из трех триплетов ААС, АСА и САА завязан на свой собственный вектор, т.е. на свою собственную форму колебаний в колебательной системе с восемью степенями свободы, а потому в данном отношении эти триплеты существенно различны.

Каждый объективно существующий признак азотистых оснований А, С, G, Т на Рис. 6 может трактоваться как сопряженный со своим индивидуальным типом резонансов. Например, пурины, очевидно, могут иметь резонансные характеристики, отличающиеся от резонансных характеристик пиримидинов в силу различий в строении пуриновых и пиримидиновых молекул. В свете этого каждую указанную пару бинарно-оппозиционных признаков можно трактовать как пару бинарно-оппозиционных резонансных характеристик. Тогда используемые в бинарных субалфавитах на Рис. 6 числовые символы 0 и 1 являются условными числовыми представлениями бинарно-оппозиционных резонансных характеристик. Такое представление связывает физические понятия резонансов вибросистем с абстрактными бинарно-числовыми системами компьютерных технологий и математики, в том числе с диадическими группами двоичных чисел (с которыми, как можно показать, связаны наборы тетрад дуплетов и октетов триплетов на Рис. 7 при прочтении их букв с позиций соответствующего субалфавита как элементов 0 и 1). Для сравнения напомним, что в компьютерных технологиях двоичные числа на основе элементов 0 и 1 физически реализуются обычно через использование двух разных амплитуд сигналов (например, оппозиционных по полярности) или двух видов лазерных лучей, и т.п., а в нашем случае используется оппозиция по резонансным свойствам вибросистем, что дает возможность рассматривать организм как компьютер на резонансных частотах.

6. Симметрические свойства восьми октетов триплетов и их кодовых значений

До сих пор ничего не говорилось об аминокислотах и стоп-кодонах, которые кодируются триплетом и которые никак не учитывались при формальном построении этих восьми октетов триплетов на основе тензорного произведения алфавитных (2*2)-матриц. Рассмотрим теперь мозаику размещения аминокислот и стоп-кодонов в этих октетах собственных значений диагональных генетических матриц.

Подчеркнем, что существует огромное количество $64! \approx 10^{89}$ вариантов размещения 64 триплетов в 8 октетах типа представленных на Рис. 7. Для сравнения напомним, что все время существования Вселенной составляет всего 10^{17} секунд по оценкам современной физики. Очевидно, что случайное размещение 20 аминокислот и соответствующих им 64 триплетов в этих 8 октетах практически никогда не даст никакой симметрии между строками или половинами в этих октетах.

Но неожиданно расположение аминокислот и триплетов, имеющих различные феноменологические свойства, оказывается очень симметричным в данном наборе формально сконструированных октетов на Рис. 7. Эти симметрии в молекулярно-генетической системе показывают существование скрытых закономерностей. Продемонстрируем три примера таких симметрий и скрытых закономерностей, связанных с излагаемым резонансным подходом.

Первый пример. Подстановка в названные октеты триплетов тех аминокислот и стоп-кодонов, которые соответствуют кодовым значениям триплетов, обнаруживает скрытую симметрию в этой октетной организации, неожиданно разбивая все множество восьми октетов на четыре пары соседних октетов с одинаковыми списками аминокислот и стоп-кодонов в каждой паре (Рис. 8).

| | | | | | | | |
|------------|------------|------------|-------------|------------|------------|------------|-------------|
| CCC Pro | CCA Pro | CAC His | CAA Gln | ACC Thr | ACA Thr | AAC Asn | AAA Lys |
| CCT Pro | CCG Pro | CAT His | CAG Gln | ACT Thr | ACG Thr | AAT Asn | AAG Lys |
| CTC Leu | CTA Leu | CGC Arg | CGA Arg | ATC Ile | ATA Met | AGC Ser | AGA Stop |
| CTT Leu | CTG Leu | CGT Arg | CGG Arg | ATT Ile | ATG Met | AGT Ser | AGG Stop |
| TCC Ser | TCA Ser | TAC Tyr | TAA Stop | GCC Ala | GCA Ala | GAC Asp | GAA Glu |
| TCT Ser | TCG Ser | TAT Tyr | TAG Stop | GCT Ala | GCG Ala | GAT Asp | GAG Glu |
| TTC Phe | TTA Leu | TGC Cys | TGA Trp | GTC Val | GTA Val | GGC Gly | GGA Gly |
| TTT Phe | TTG Leu | TGT Cys | TGG Trp | GTT Val | GTG Val | GGT Gly | GGG Gly |

Рис. 8. Соседние октеты триплетов в любой из четырех пар октетов 1-2, 3-4, 5-6, 7-8 идентичны по списку кодируемых аминокислот и стоп-кодонов (под каждым триплетом указана кодируемая им аминокислота или стоп-кодон для генетического кода митохондрий позвоночных, наиболее симметричного из диалектов генетического кода).

Второй пример скрытых закономерностей в 8 октетах. Известно, что множество 64 триплетов разделено природой на два равных подмножества по признаку сильных и слабых «корней», т.е. первых двух позиций в триплетах [Румер, 1968]):

- 32 триплета с сильными корнями, т.е. начинающихся с 8 «сильных» дуплетов AC, CC, CG, CT, GC, GG, GT, TC (будем в октетах обозначать эти триплеты черным цветом);
- 32 «белых» триплета со слабыми корнями, т.е. начинающихся с 8 «слабых» дуплетов AA, AG, AT, GA, TA, TC, TG.

Кодовые значения триплетов с сильным корнем не зависят от буквы на их третьей позиции, а триплетов со слабым корнем – зависят от третьей буквы (Рис. 9).

| УНИВЕРСАЛЬНЫЙ (СТАНДАРТНЫЙ) ГЕНЕТИЧЕСКИЙ КОД | |
|---|--|
| 8 подсемейств триплетов с сильными корнями и аминокислоты, кодируемые ими | 8 подсемейств триплетов со слабыми корнями и кодируемые аминокислоты |
| CCC, CCT, CCA, CCG → Pro | CAC, CAT, CAA, CAG → His, His, Gln, Gln |
| CTC, CTT, CTA, CTG → Leu | AAC, AAT, AAA, AAG → Asn, Asn, Lys, Lys |
| CGC, CGT, CGA, CGG → Arg | ATC, ATT, ATA, ATG → Ile, Ile, Ile, Met |
| ACC, ACT, ACA, ACG → Thr | AGC, AGT, AGA, AGG → Ser, Ser, Arg, Arg |
| TCC, TCT, TCA, TCG → Ser | TAC, TAT, TAA, TAG → Tyr, Tyr, Stop, Stop |
| GCC, GCT, GCA, GCG → Ala | TTC, TTT, TTA, TTG → Phe, Phe, Leu, Leu |
| GTC, GTT, GTA, GTG → Val | TGC, TGT, TGA, TGG → Cys, Cys, Stop, Trp |
| GGC, GGT, GGA, GGG → Gly | GAC, GAT, GAA, GAG → Asp, Asp, Glu, Glu |
| ГЕНЕТИЧЕСКИЙ КОД МИТОХОНДРИЙ ПОЗВОНОЧНЫХ | |
| CCC, CCT, CCA, CCG → Pro | CAC, CAT, CAA, CAG → His, His, Gln, Gln |
| CTC, CTT, CTA, CTG → Leu | AAC, AAT, AAA, AAG → Asn, Asn, Lys, Lys |
| CGC, CGT, CGA, CGG → Arg | ATC, ATT, ATA, ATG → Ile, Ile, Met, Met |
| ACC, ACT, ACA, ACG → Thr | AGC, AGT, AGA, AGG → Ser, Ser, Stop, Stop |
| TCC, TCT, TCA, TCG → Ser | TAC, TAT, TAA, TAG → Tyr, Tyr, Stop, Stop |
| GCC, GCT, GCA, GCG → Ala | TTC, TTT, TTA, TTG → Phe, Phe, Leu, Leu |
| GTC, GTT, GTA, GTG → Val | TGC, TGT, TGA, TGG → Cys, Cys, Trp, Trp |
| GGC, GGT, GGA, GGG → Gly | GAC, GAT, GAA, GAG → Asp, Asp, Glu, Glu |

Рис. 9. Подмножества триплетов с сильными (слева) и слабыми корнями в «универсальном» генетическом коде и коде митохондрий человека и позвоночных. Исходные данные взяты с сайта Национального биоинформационного общества США (<http://www.ncbi.nlm.nih.gov/Taxonomy/Utils/wprintgc.cgi>).

Феноменологическое расположение 32 триплетов с сильными корнями (черный цвет) и 32 триплетов со слабыми корнями (белый цвет) имеет в рассматриваемых 8-ми октетах симметричный характер (Рис. 10, слева):

- каждый октет по своей мозаике зеркально антисимметричен по своим левой и правой половинам и имеет меандровый характер;
- все множество 8 октетов разделено на пары соседних октетов с тождественной мозаикой;
- левая (правая) половина первых четырех октетов совпадает по мозаике с правой (левой) половиной последних четырех октетов.

| | | | |
|---|---|--|--|
| [CCC, CCA, CAC, CAA, ACC, ACA, AAC, AAA] _d | [CCT, CCG, CAT, CAG, ACT, ACG, AAT, AAG] _d | | [+1,+1,-1,-1,+1,+1,-1,-1] _d |
| [CTC, CTA, CGC, CGA, ATC, ATA, AGC, AGA] _d | [CTT, CTG, GGT, CGG, ATT, ATG, AGT, AGG] _d | | [+1,+1,-1,-1,+1,+1,-1,-1] _d |
| [TCC, TCA, TAC, TAA, GCC, GCA, GAC, GAA] _d | [TCT, TCG, TAT, TAG, GCT, GCG, GAT, GAG] _d | | [+1,+1,+1,+1,-1,-1,-1,-1] _d |
| [TTC, TTA, TGC, TGA, GTC, GTA, GGC, GGA] _d | [TTT, TTG, TGT, TGG, GTT, GTG, GGT, GGG] _d | | [+1,+1,-1,-1,+1,+1,-1,-1] _d |
| | | | [+1,+1,-1,-1,+1,+1,-1,-1] _d |
| | | | [-1,-1,-1,-1,+1,+1,+1,+1] _d |
| | | | [-1,-1,-1,-1,+1,+1,+1,+1] _d |
| | | | [-1,-1,-1,-1,+1,+1,+1,+1] _d |

Рис. 10. Симметрологическое расположение триплетов с сильными и слабыми корнями в восьми октетах триплетов. Графика иллюстрирует меандровый характер очередности черных и белых триплетов в каждом октете. Справа показано представление каждого октета в форме функции Радемахера, состоящей из элементов «+1» и «-1».

Но такие нечетные меандровые функции хорошо известны в теории обработки сигналов и теории вероятности под именем «функций Радемахера» $r_n(x) = \text{sign}(\sin 2^n \pi x)$ (https://ru.wikipedia.org/wiki/Функция_Радемахера). Функции Радемахера, содержащие только элементы “+1” и “-1”, оказываются связанными с генетическими алфавитами: каждый из 8 октетов триплетов представляет одну из функций Радемахера, если каждый черный (белый) триплет интерпретировать как элемент +1 (-1). Эти феноменологические симметрии говорят не только о закономерных структурных связях внутри множества 64 триплетов, представленного в виде 8-ми октетов собственных значений (резонансов) диагональных генетических матриц, но также о сопряжении этих закономерностей с формализмами, используемыми в цифровой технике обработки сигналов.

Третий пример скрытых закономерностей в 8 октетах. В четырехбуквенном алфавите ДНК буква Т (тимин) имеет особый статус и противопоставлена природой трем другим буквам алфавита А, С, G:

- во-первых, только тимин Т заменяется другой буквой U (урацил) при переходе от ДНК к РНК;
- во-вторых, только тимин Т лишен функционально важной аминогруппы NH₂ (на Рис. 11 она отмечена большим кружком).

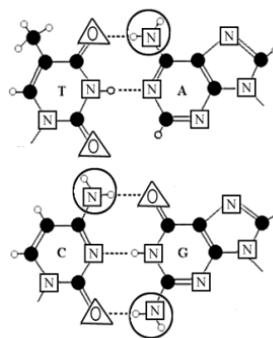


Рис. 11. Молекулы четырех «букв» ДНК: Т, А, С, G

Эту бинарную оппозицию можно выразить в цифровом виде так: $A=C=G=+1$, $T=-1$. Тогда каждый триплет при замене в нем букв на эти числа ($A=C=G=+1$, $T=-1$) можно представлять как произведение этих чисел. Например, триплет САТ представляется как $1*1*(-1)=-1$, а триплет ТГТ – как $(-1)*1*(-1)=+1$. В итоге рассматриваемые 8 октетов триплетов получают числовые представления, которые совпадают с полной ортогональной системой функций Уолша для 8-мерного случая (Рис. 12).

| | |
|---|---|
| [CCC, CCA, CAC, CAA, ACC, ACA, AAC, AAA] _d | [+1, +1, +1, +1, +1, +1, +1, +1] _d |
| [CCT, CCG, CAT, CAG, ACT, ACG, AAT, AAG] _d | [-1, +1, -1, +1, -1, +1, -1, +1] _d |
| [CTC, CTA, CGC, CGA, ATC, ATA, AGC, AGA] _d | [-1, -1, +1, +1, -1, -1, +1, +1] _d |
| [CTT, CTG, GGT, CGG, ATT, ATG, AGT, AGG] _d | [+1, -1, -1, +1, +1, -1, -1, +1] _d |
| [TCC, TCA, TAC, TAA, GCC, GCA, GAC, GAA] _d | [-1, -1, -1, -1, +1, +1, +1, +1] _d |
| [TCT, TCG, TAT, TAG, GCT, GCG, GAT, GAG] _d | [+1, -1, +1, -1, -1, +1, -1, +1] _d |
| [TTC, TTA, TGC, TGA, GTC, GTA, GGC, GGA] _d | [+1, +1, -1, -1, -1, -1, +1, +1] _d |
| [TTT, TTG, TGT, TGG, GTT, GTG, GGT, GGG] _d | [-1, +1, +1, -1, +1, -1, -1, +1] _d |

Рис. 12. Множество 8 октетов триплетов - с учетом бинарной оппозиции тимина Т трем другим азотистым основаниям ДНК - имеет числовое представление (справа) в виде полной ортогональной системы функций Уолша для 8-мерного случая. Черным цветом обозначены триплеты, представляемые числом «+1». Пояснение в тексте.

Данные функции Уолша, содержащие только элементы «+1» и «-1», широко применяются в обработке дискретных сигналов и помехоустойчивом кодировании (https://ru.wikipedia.org/wiki/Функция_Уолша). Полнота системы этих 8 функций Уолша означает, что любой 8-мерный вектор может быть представлен в виде их суперпозиции (разложен по ним). На полных системах функций Уолша строится помехоустойчивое кодирование информации на космических кораблях «Маринер» и «Вояджер», передающих на Землю фото Марса, Юпитера, Сатурна, Урана и Нептуна. Полные системы функций Уолша образуют матрицы Адамара, используемые в квантовых компьютерах («гейты Адамара») и применяемые в квантовой механике в форме унитарных операторов. Множество приложений функций Уолша и базирующихся на них матриц Адамара описано, например, в [Ахмед, Рао, 1980; Seberry, Wysocki, Wysocki, 2005]. На них основан секвентный анализ [Хармут, 1975, 1985, 1989], являющийся одним из важных видов спектрального анализа в технологиях связи на дискретных сигналах и нашедший обширные применения в радиотехнике, акустике, оптике и пр. [Сороко, 1973]. Секвентный анализ породил принципиально новые системы связи, устройства мгновенной обработки изображений, подводное акустическое высокоскоростное кино, приемники и передатчики несинусоидальных электромагнитных волн. В частности, на базе секвентного анализа обходится проблема поглощения радиоволн и акустических волн, которая представляется важной также для биоинформатики [Сороко, 1979]. А в нашем подходе эти системы функций Уолша оказываются представителями генетических алфавитов, причем каждая из 8 функций этой полной системы Уолша является диагональю диагональной (8*8)-матрицы, т.е. резонансным спектром из собственных чисел матрицы некоторой колебательной системы с 8 степенями свободы.

Дополнительно отметим следующее. Матрицы $[C, A]_d$ и $[T, G]_d$, тензорные произведения которых дали 8 октетов триплетов на Рис. 7, были связаны с бинарным субалфавитом по признаку «амино-кето» (Рис. 6). Если обратиться к двум другим субалфавитам на Рис. 6, то можно аналогичным образом рассмотреть две другие пары диагональных $(2*2)$ -матриц: $[C,G]_d$ и $[T,A]_d$; $[C,T]_d$ и $[G,A]_d$. Каждая из этих пар порождает другие 8 октетов триплетов при тензорных произведениях ее матриц по три (по аналогии с таблицей на Рис. 7 внизу). Каждый из этих двух новых наборов по 8 октетов триплетов также имеет числовые представления в виде новых (индивидуальных) наборов функций Радемахера и функций Уолша при аналогичном учете тех же бинарно-опозиционных признаков для триплетов: 1) сильных и слабых корней триплетов; 2) особого статуса буквы T.

Приведенные результаты свидетельствуют в пользу следующего:

- алфавиты генетического кода есть алфавиты собственных значений и собственных векторов матриц колебательных систем (образно говоря, генетический код есть код резонансов); соответственно, генетические тексты на основе этих алфавитов есть тексты, написанные на языке резонансов.

Недаром генетически наследуемый организм является хором согласованных колебательных процессов. Здесь же вспоминается предложенная дважды Нобелевским лауреатом Лайнусом Полингом в 1928 г. теория резонансов для электронной структуры молекул и его идея гибридизации атомных орбиталей (https://ru.wikipedia.org/wiki/Полинг,_Лайнус).

7. О базовых частотах цветовосприятия

Попробуем применить таблицы наследования собственных значений матриц к нашему генетически наследуемому цветовосприятию, которое является одним из примеров биологического наследования системы частот. Согласно трехкомпонентной теории цветного зрения оно основано на трех базовых цветах – красном, зеленом и синем. Из них в фотосинтезе, который намного древнее цветового зрения, используется в основном красный и синий цвета, а зеленый цвет листья отражают, в силу чего листья выглядят зелеными (http://happyflora.ru/view_post3.php?latter=410). Поэтому красный и синий цвета можно полагать биологически более «базовыми», чем зеленый.

Вернемся к таблице наследования собственных значений на Рис. 3 при моногибридном тензорном скрещивании матриц двух «родительских» вибросистем с собственными числами (A, a) и собственными частотами $\omega_1=A^{0.5}$ и $\omega_2=a^{0.5}$ (эта таблица наследования соответствует решетке Пеннета для моногибридного скрещивания на Рис. 4). Рис. 13 показывает соответствующую таблицу наследования квадратов собственных частот.

| | | Спектр W | |
|----------|--------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| | | ω_1^2 | ω_2^2 |
| Спектр V | ω_1^2 | $W_1^2 = \omega_1^4$ | $W_2^2 = \omega_1^2 * \omega_2^2$ |
| | ω_2^2 | $W_3^2 = \omega_1^2 * \omega_2^2$ | $W_4^2 = \omega_2^4$ |

Рис. 13. Таблица наследования квадратов собственных частот при моногибридном тензорном скрещивании $(2*2)$ -матриц вибросистем.

Таблица наследования квадратов собственных частот (Рис. 13) показывает, что имеется всего три вида собственных частот в порожденной (4*4)-матрице вибросистемы: W_1 , W_4 и лежащая между ними дважды повторенная в таблице частота $W_2 = W_3 = \omega_1^2 * \omega_2^2$ (обозначим эту частоту через $W_{2,3}$). Из этой таблицы наследования выявляется следующая связь данных трех частот: $W_{2,3} = (W_1 * W_4)^{0.5}$.

Как известно, диапазон восприятия красного цвета составляет 430-480 ТГц и синего 610-670 ТГц (<http://en.wikipedia.org/wiki/Color>). Примем срединную частоту 455 ТГц диапазона красного цвета за частоту W_1 , а срединную частоту 640 ТГц диапазона синего цвета за частоту W_4 . Тогда названное соотношение $W_{2,3} = (W_1 * W_4)^{0.5} = (455 * 640)^{0.5}$ дает значение 539,6 ТГц для третьей собственной частоты вибросистемы. Но это значение дважды повторенной в таблице наследования частоты $W_{2,3}$ совпадает с известным значением частоты максимальной чувствительности зрения 540 ТГц, приходящейся на зеленый цвет.

Значит, наследуемое цветовосприятие является одним из биологических примеров, допускающих моделирование на языке тензорно-спектрального (или резонансного) подхода, представленного в статье. И его природные особенности могут трактоваться в связи с законами Менделя и собственными частотами тензорно-скрещивающихся вибросистем. Это дает новые подходы к связи музыкальной и цветовой гармонии, отмечавшейся еще Ньютоном, а также к цветотерапии, цветомузыке и пр.

8. Об основном психофизическом законе Вебера-Фехнера

Организм – единое целое. Предлагаемый резонансный подход в биоинформатике дает возможность моделирования биологических феноменов разного уровня и разных областей физиологии на едином академическом языке матричной математики. В данном параграфе покажем это на примере моделирования основного психофизического закона Вебера-Фехнера на языке резонансных свойств вибросистем с двумя степенями свободы.

Закон Вебера-Фехнера (ВФ-закон) гласит: интенсивность ощущения пропорциональна логарифму интенсивности стимула. Это выражается уравнением:

$$p = k * \ln(x/x_0) = k * \{\ln(x) - \ln(x_0)\}, \quad (1)$$

где p – интенсивность ощущения, x – стимул, x_0 – пороговая величина стимула, \ln – натуральный логарифм, k – положительный вещественный коэффициент пропорциональности, специфический для каждого сенсорного канала (http://en.wikipedia.org/wiki/Weber-Fechner_law). Известно, что различные типы врожденных сенсорных восприятий подчиняются этому закону: зрение, слух, обоняние, осязание, вкус и т.д. Из-за этого закона сила звука в технике измеряется по логарифмической шкале в децибелах.

Возможно предположение, что этот врожденный ВФ-закон является специфическим законом только нервной системы. Но это не верно, поскольку его сфера действия много шире, и он действителен для многих низших организмов, вовсе не имеющих нервной системы. Так, давно известно, что данный «закон применим для хемотропических, гелиотропических и геотропических движений бактерий и грибов и антерозоидов папоротников,

мхов и явнотрачных... Закон Вебера-Фехнера, следовательно, - не закон нервной системы и центров, но закон протоплазмы вообще и ее способности отвечать на раздражения» [Шульц, 1916, с. 126].

Концепция резонансов в генетике (или резонансная генетика) обнаруживает, что этот логарифмический ВФ-закон моделируется простым образом на основе резонансных частот специального класса колебательных систем с двумя степенями свободы. Напомним, что натуральный логарифм в ВФ-законе (1) тесно связан с гиперболой $y=1/x$: натуральный логарифм математически определяется для любого положительного вещественного числа «а» как величина площади под этой гиперболой $y=1/x$ на интервале от 1 до «а» (Рис. 14). По этой причине натуральный логарифм в начале его истории назывался «гиперболическим логарифмом» (http://ctu.edu.vn/~dvxe/econometrics/Natural_logarithm.pdf). История гиперболических логарифмов описана, например, в книге [Клейн, 1987]. В рамках данной статьи мы будем пользоваться именно этим старым названием «гиперболические логарифмы» для натуральных логарифмов.

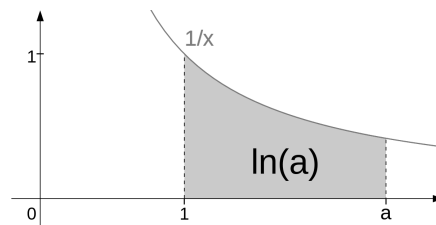


Рис. 14. Натуральный (или гиперболический) логарифм $\ln(a)$ равен площади криволинейной трапеции под гиперболой $y = 1/x$ на интервале от 1 до а.

Предлагаемый модельный подход использует представление о двух родственных колебательных системах с двумя степенями свободы в каждой. Они характеризуются диагональными (2*2)-матрицами $[x_0 \ 0; \ 0 \ y_0]$ и $[x \ 0; \ 0 \ y]$ с собственными значениями, которые обратно пропорциональны: $y_0=1/x_0$ и $y=1/x$ (соответственно обе резонансных частоты в каждой из них также взаимно обратны в силу известного соотношения: каждое собственное значения матрицы вибросистемы равно квадрату соответствующей резонансной частоты [Глэдвел, 2008, с. 61]. Пара собственных значений каждой из матриц определяет одну точку на названной гиперболе $y=1/x$, а значит одновременно определяет значение гиперболического логарифма. Конкретнее $\ln(x_0)$ определяется собственными значениями матрицы $[x_0 \ 0; \ 0 \ y_0]$, а $\ln(x)$ – собственными значениями матрицы $[x \ 0; \ 0 \ y]$. Разница этих двух логарифмов $\ln(x)-\ln(x_0)$ дает выражение интенсивности ощущений p в выражении (1) ВФ-закона, где только весовой коэффициент k должен быть еще определен (в данном модельном подходе он возникает, если обратная пропорциональность собственных значений каждой из этих матриц представлена отношением $y_0 = k/x_0$ и $y = k/x$, что определяет точки на гиперболе $y = k/x$). Применительно к закону Вебера-Фехнера (1) собственное значение “ x_0 ” первой колебательной системы интерпретируется как пороговая величина стимула, а собственное значение “ x ” второй колебательной системы – как стимул (то есть величина, соответствующая входному сигналу). Учитывая изменяемость входного сигнала во времени, следует полагать, что вторая колебательная биосистема обладает

свойством подстраивания ее резонансной частоты $w=x^{0.5}$ к изменениям входного сигнала для его регистрации в сенсорном канале.

9. О морфогенетических законах филлотаксиса

Перейдем от наследуемых явлений психофизики к наследуемым морфогенетическим явлениям филлотаксиса, который зачастую в литературе называются законами филлотаксиса. Обычно законы филлотаксиса (листорасположения) описываются как такие наследуемые спиральные расположения листоорганов растений, которые характеризуются числами ряда Фибоначчи или, реже, числами ряда Люка (Рис. 15).

| | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|-----|-----|
| n | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | ... |
| F_n | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 | 13 | 21 | 34 | 55 | 89 | 144 | ... |

| | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|
| n | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | ... |
| L_n | 2 | 1 | 3 | 4 | 7 | 11 | 18 | 29 | 47 | 76 | 123 | 199 | ... |

Рис. 15. Ряды чисел Фибоначчи (вверху) и Люка (внизу) определяются одинаковыми итеративными соотношениями: $F_{n+2}=F_n+F_{n+1}$, $L_{n+2}=L_n+L_{n+1}$. Ряд Фибоначчи начинается с пары чисел 0 и 1, а ряд Люка – с пары чисел 2 и 1.

Но подобные законы диктуют также наследуемые конфигурации не только растительных организмов, но также альфа-спиралей полипептидных цепей, частей тела животных, включая раковины моллюсков, и пр. (см. обзоры в книгах [Джан, 2006; Петухов, 1981]). Другими словами, законы филлотаксиса проявляются в наследуемых морфологических структурах на самых разных уровнях и ветвях биологической эволюции. Рис. 16 показывает примеры филлотаксисных спиралей.

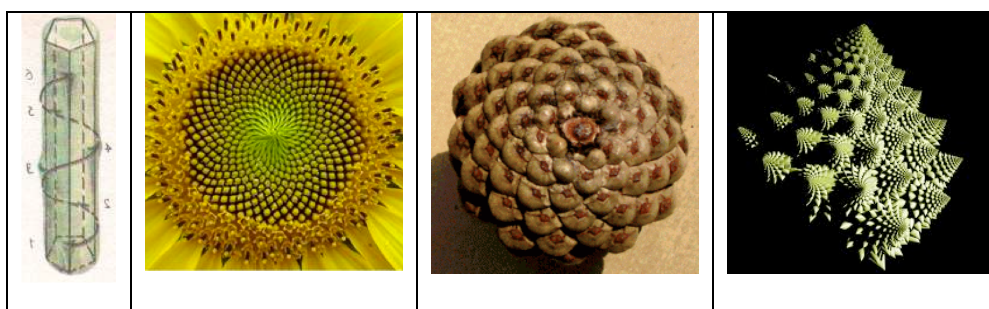


Рис. 16. Примеры филлотаксисных спиралей: побег растения (из http://www.goldenmuseum.com/0604Phyllotaxis_rus.html); головка подсолнуха; сосновая шишка; капуста фрактального строения Romanesco Broccoli (*Brassica oleracea*) (из <http://egregores.blogspot.ru/2010/12/extremely-cool-natural-fractals.html>).

Согласно данным законам при спирально симметричном расположении листоорганов в телах растений (для упрощения будем пока рассматривать только растительный филлотаксис и только случай чисел Фибоначчи) реализуются сразу пары чисел Фибоначчи из последовательностей двух типов:

$$\{V_n' = F_{n+1}/F_n\}: 2/1, 3/2, 5/3, 8/5, 13/8, \dots \Rightarrow \varphi = (1+5^{0.5})/2 = 1,618\dots,$$

$$\{V_n'' = F_{n+2}/F_n\}: 2/1, 3/1, 5/2, 8/3, 13/5, \dots \Rightarrow \varphi^2 = 2,618\dots \quad (2)$$

Последовательности $\{V_n'\}$ и $\{V_n''\}$ называются парастихной и ортостихной последовательностями, а величина φ представляет собой золотое сечение. Правильное спиральное расположение листоорганов на побеге растения характеризуется ортостихной последовательностью. При этом каждый v -й листоорган (по счету на спирали листорасположения, называемой генетической) лежит на одной и той же вертикали побега и необходимо совершить μ полных оборотов по генетической спирали, для того чтобы попасть из точки крепления листооргана R_n в точку крепления листооргана R_{n+v} , расположенную по стеблю прямо над ней. Для разных растений дробь v/μ принимает различные значения именно из ортостихной последовательности. Так, у ольхи, орешника, винограда, осоки она равна $3/1$; у малины, груши, тополя, барбариса – $8/3$; у миндальника, облепихи – $13/5$. Для шишек хвойных встречаются дроби $21/8$, $34/13$, $55/21$. Азимутальный угол между двумя последовательными листоорганами генетической спирали принято называть углом расхождения (или дивергенции). Очевидно, что в случае значения $v/\mu = F_{n+2}/F_n$ этот угол расхождения равен $360^0 \cdot (F_n/F_{n+2})$. Поскольку в пределе при больших значениях n отношение F_{n+2}/F_n стремится к величине золотого сечения φ^2 , то предельный угол расхождения, называемый идеальным углом филлотаксиса, равен $360^0 \cdot \varphi^{-2}$.

Другой тип филлотаксисных спиралей, которые характеризуются дробями из парастихной последовательности (2) и которые называются парастихными спиральями, реализуется парами левой и правой закрутки на плотных соцветиях и соплодиях типа головки подсолнуха. Количества таких спиралей левой и правой закрутки равны соседним числам ряда Фибоначчи. Известно, что парастихные спирали являются следствием существования вышеназванных генетических спиралей, которые просто трудно отследить на таких уплощенных биообъектах в отличие от филлотаксиса на побегах и ветках растений. С интересным примером филлотаксиса столкнулся Р.Пенроуз при занятиях проблемой сознания и ее связью с квантовой когерентностью и белком тубулином (см. [Пенроуз, 2005]): в микротрубочках цитоскелета нейронов на каждую микротрубочку приходится 13 рядов образующих её димеров тубулина. А гексагональный узор микротрубочек состоит из 5 правых и 8 левых винтовых структур, причем в двойных микротрубочках, встречающихся достаточно часто, внешний слой содержит 21 ряд димеров тубулина (5, 8, 13, 21 – числа Фибоначчи).

Законы филлотаксиса являются одними из самых известных в области математической биологии, им посвящены сотни публикаций (см. библиографию в [Джан, 2006] и http://www.goldenmuseum.com/0604Phyllotaxis_engl.html). Многими авторами были предложены их модели на разных исходных предположениях [Джан, 2006, с. 153]: физического характера (на основе предположения о влиянии свободного пространства и взаимных контактных давлениях между примордиями; на основе предположения о поверхностных напряжениях между клетками) или химического характера (на основе предположения о диффузионных полях химических ингибиторов и активаторов). Следует особо отметить книгу [Боднар, 1994], в которой

предложена чисто геометрическая модель картины феноменологической перестройки филлотаксисных отношений в головке подсолнуха с возрастом; при этом используется близкая нам идея о значимости гиперболического поворота для филлотаксисных перестроек, но без анализа их возможных физических или химических причин.

Известны также алгоритмические модели фибонначивого филлотаксиса, опирающиеся на свойства так называемой матрицы Фибоначчи Q , возведение которой в целые степени дает матрицы, все компоненты которой являются числами Фибоначчи F_n :

$$Q = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}; \quad Q^n = \begin{vmatrix} F_{n-1} & F_n \\ F_n & F_{n+1} \end{vmatrix} \quad (3)$$

Эту матрицу Фибоначчи в литературе по филлотаксису иногда называют «матрицей роста» [Джан, 2006, с. 94-97].

В связи с развиваемой нами концепцией резонансной генетики обратим внимание на собственные значения этой симметричной «матрицы роста» (3), которые представляют ее резонансный спектр и на которые прежде в математической и теоретической биологии не обращалось никакого внимания. Рис. 17 показывает, что собственные значения матрицы Фибоначчи равны золотому сечению φ и его обратной величине φ^{-1} со знаком минус (ее собственные вектора также выражаются через золотое сечение φ в степени 0 и 1). Для теории резонансов вибросистем, в которой матрицы обязаны иметь положительные собственные значения (поскольку они равны квадрату резонансной частоты), интересен квадрат Q^2 матрицы Фибоначчи, поскольку у Q^2 оба собственных значения φ^{-2} и φ^2 положительны (Рис. 17). При этом данные собственные значения φ^{-2} и φ^2 взаимно обратны и определяют точку с координатами $(\varphi^2, \varphi^{-2})$ на той же гиперболе $y=1/x$, которая фигурировала в предыдущем параграфе при моделировании закона Вебера-Фехнера (Рис. 14). Это же справедливо для собственных значений φ^{-2n} и φ^{2n} всех четных степеней Q^{2n} матрицы Фибоначчи.

| Матрица | Собственные значения | Собственные вектора |
|--|-------------------------------|--|
| $Q = [0 \ 1; 1 \ 1]$ | $-\varphi^{-1}, \varphi$ | $[-\varphi, \varphi^0]$ и $[\varphi^0, \varphi]$ (*) |
| $Q^2 = [1 \ 1; 1 \ 2]$ | φ^{-2}, φ^2 | $[-\varphi, \varphi^0]$ и $[\varphi^0, \varphi]$ (*) |
| $(Q^2)^n = [F_{2n-1} \ F_{2n}; F_{2n} \ F_{2n+1}]$ | $\varphi^{-2n}, \varphi^{2n}$ | $[-\varphi, \varphi^0]$ и $[\varphi^0, \varphi]$ (*) |

(*) *Примечание: собственные вектора в этой таблице даны без их нормировки на единичную длину. При нормировке на единичную длину у каждого из них появляется нормирующий коэффициент $(\varphi^2 + 1)^{-0.5} = 0.5257...$*

Рис. 17. Собственные значения и собственные вектора матрицы Фибоначчи Q и ее четных степеней Q^{2n} ($n=1, 2, 3, \dots$).

С точки зрения концепции резонансов эти данные о собственных значениях четных степеней матриц Фибоначчи говорят о возможности моделирования морфогенетических законов филлотаксиса на языке резонансов вибросистем с двумя степенями свободы в тесной аналогии с описанной выше резонансной моделью психофизического закона Вебера-Фехнера (Рис. 14). Видимо, живая материя умело использует гиперболические структуры в разных ситуациях, придавая им в определенной степени универсальный характер (напомним, что

гиперболические повороты и гиперболические числа выражаются симметричными матрицами, которые могут трактоваться как матричные представления соответствующих вибросистем).

Но известно ли что-либо о существовании в природе вибросистем, резонансные частоты которых сопряжены с золотым сечением? Да, известно. Журнал «Science Daily» опубликовал статью с характерным названием «Золотое сечение открыто в квантовом мире» [Coldea et al., 2010]. В статье сообщается: *«Исследование ниобата кобальта, обладающего магнитными свойствами, выявило, что при определенных условиях его «цепочка атомов ведет себя подобно наноскопической гитарной струне... Натяжение появляется благодаря взаимодействию между спинами, приводящему к магнитному резонансу. Для этих взаимодействий мы нашли серии („гаммы“) резонансных тонов». Отношения первых двух тонов «находятся в соотношении 1,618... — это и есть золотое сечение, известное по живописи и архитектуре».* Профессор Теннант отмечает *«совершенную гармонию, найденную в квантовой неопределенности вместо беспорядка. Подобные открытия подводят ученых к мысли, что мир в квантовых масштабах тоже может подчиняться какому-то лежащему в основе всего порядку».*

Перейдем к моделированию законов филлотаксиса на языке резонансных частот вибросистем с помощью модельных пространств, координаты точек которых определяются собственными значениями матриц вибросистем с двумя степенями свободы, по аналогии с вышеописанным моделированием закона Вебера-Фехнера. Напомним, что в теории колебаний одинаковые математические формализмы описывают как прямолинейные движения системы (типа движений цепных пружинно-массовых систем), так и крутильные или торсионные движения (типа движений крутильных маятников) [Глэдвел, 2008, с. 43]. В данном параграфе речь идет о модели кодового задания филлотаксисных углов на основе резонансных частот вибросистем; собственные значения рассматриваемых матриц вибросистем мы также будем интерпретировать как задающие угловые преобразования, определяющие конфигурацию филлотаксиса.

Повторим, что вторая степень Q^2 матрицы Фибоначчи имеет положительные и взаимно обратные собственные значения φ^2 и φ^{-2} (Рис. 17). Одно из них равно той величине φ^2 , которая фигурирует в выражении идеального угла филлотаксиса $360^0/\varphi^2$. Эта пара значений определяет координаты $(\varphi^2, \varphi^{-2})$ точки на гиперболе $y=1/x$ модельного пространства (Рис. 14) и соответствующее значение гиперболического логарифма $\ln(\varphi^2)$. Поскольку речь идет о моделировании филлотаксисных углов, которые являются частью полного угла окружности $360^0=2\pi$ радиан, то вторая выделяемая точка на этой гиперболе имеет координаты $(2\pi, 1/2\pi)$, которые являются собственными значениями второй модельной вибросистемы с двумя степенями свободы. Эта вторая точка задает величину гиперболического логарифма $\ln(2\pi)$. Отношение $2\pi/\varphi^2$ координат двух названных точек на гиперболе $y=1/x$ представляет собой идеальный угол филлотаксиса, выражаемый в данном модельном подходе через резонансные частоты двух вибросистем с двумя степенями свободы каждая (точнее, через собственные значения матриц этих двух вибросистем). Диагональная форма данных матриц имеет вид $[2\pi, 0; 0, 1/2\pi]$ и $[\varphi^2, 0; 0, \varphi^{-2}]$. Отметим, что разница α двух названных логарифмов, задаваемых двумя рассматриваемыми точками на гиперболе $y=1/x$, равна

$$\alpha = \ln(2\pi) - \ln(f^2) = \ln(2\pi/f^2) . \quad (4)$$

Данное выражение $\ln(2\pi/f^2)$ аналогично выражению $k \cdot \ln(x/x_0)$ (1) психофизического закона Вебера-Фехнера. Это говорит о формальном родстве между генетически наследуемым основным психофизическим законом и морфогенетическим законом филлотаксиса. Подчеркнем, что выделенные точки на гиперболе $y=1/x$ являются не просто математическими точками, но в нашей модели они представляют физические факторы - резонансные частоты двух вибросистем -, сопряженные с энергетикой и энергетическими принципами организации.

Попутно отметим, что диагональные матрицы $[a, 0; 0, 1/a]$ с взаимно обратными собственными значениями, играющие важную роль в изложенных моделях законов Вебера-Фехнера и филлотаксиса, известны также в физике, где они выражают преобразования Лоренца псевдоевклидовой плоскости, заданные в базисе из двух изотропных векторов (https://ru.wikipedia.org/wiki/Преобразования_Лоренца).

В генетической спирали филлотаксиса обычно реализуется приближение к его идеальному углу $2\pi \cdot f^2$, имеющее вид $2\pi \cdot F_n/F_{n+2}$, где F_n – числа Фибоначчи (это выражение становится величиной идеального угла при $n \rightarrow \infty$). Случаи филлотаксиса с углом дивергенции $2\pi \cdot F_n/F_{n+2}$ моделируются соответственно с помощью матриц вибросистем с собственными значениями $2\pi \cdot F_n/F_{n+2}$ и $(2\pi \cdot F_n/F_{n+2})^{-1}$; диагональная форма этих матриц имеет вид: $[2\pi \cdot F_n/F_{n+2}, 0; 0, (2\pi \cdot F_n/F_{n+2})^{-1}]$.

Анализ явлений филлотаксиса с позиций концепции резонансной генетики привел автора к обнаружению инь- и ян-матриц филлотаксиса (по отдельности для чисел Фибоначчи и чисел Люка), объединяемых в единую “андрогинную” матрицу филлотаксиса:

$$W^n = (5^{0.5})^s * (5^{-0.5} * [2, 1; 1, 3])^n, \quad (5)$$

где $s=0$ при четном n и $s=1$ при нечетном n . Эта чет-нечет матрица W^n представляется в определенном смысле “истинной” матрицей филлотаксиса в силу следующего. При любой четной целой степени n она является матрицей, все компоненты которой принадлежат ряду Фибоначчи. При любой нечетной степени n она является матрицей, все компоненты которой принадлежат ряду Люка (Рис. 15). Например, $W^6 = [5, 8; 8, 13]$, а $W^7 = [18, 29; 29, 47]$. Эта новая матрица W^n (5) является в определенном смысле “истинной” матрицей филлотаксиса в силу следующего. В отличие от матрицы Фибоначчи Q (3) она представляет сразу оба известных в природе случая филлотаксиса – с числами Фибоначчи и числами Люка – на основе принципа чет-нечет (инь-ян), любимого со времен Древнего Китая и Древней Греции. Собственные значения этой «филлотаксисной» матрицы W^n при любом $n = 1, 2, 3, \dots$ всегда только положительны (в отличие от матрицы Фибоначчи Q^n), что позволяет всегда трактовать ее как матричное представление некоторой вибросистемы с двумя степенями свободы с позиций концепции резонансной генетики. Семейство симметричных матриц W^n обладает также другими интересными свойствами, описание которых выходит за рамки статьи.

10. Морфогенез и концепция резонансной генетики

В предыдущих параграфах моделирование наследуемых феноменов строилось с использованием симметричных матриц, собственные значения которых всегда вещественны. Но симметричными являются также матрицы, представляющие очень важное в геометрии понятие «метрических тензоров». В частности, рассмотренный выше квадрат $Q^2 = [1, 1; 1, 2]$ матрицы Фибоначчи является с геометрической точки зрения одним из таких метрических тензоров (при указании группы преобразований, например, группы джигений, относительно которой эта матрица выступает как тензор). В этом параграфе представлены вопросы использования метрических тензоров, определяемых через резонансные характеристики вибросистем с двумя степенями свободы, для моделирования биологических поверхностей.

Морфогенетические процессы на разных линиях и ветвях биологической эволюции подчас демонстрируют удивительную общность и различные виды симметрии, включая неевклидовы симметрии. Примеры этой общности являют закон гомологических рядов Н.И. Вавилова и феномены филлотаксиса. Проблемам морфогенетических параллелизмов (или независимых сходств, не связанных с диктатом условий окружающей среды или функций) и неевклидовых биосимметрий посвящали свои труды Л.С.Берг, В.И.Вернадский, Н.И. Вавилов, А.Г. Гурвич, А.А. Заварзин, А.А. Любищев, С.В. Мейен, Д.В. Наливкин, И.И. Шмальгаузен, А.В. Шубников и многие другие исследователи.

Характерной чертой наследуемых биологических поверхностей является их криволинейный характер. Жизнь организмов во-многом связана именно с поверхностями, примером чего являются зародышевые листки, дающие начало разным органам и тканям (https://ru.wikipedia.org/wiki/Зародышевые_листки). В математике криволинейные поверхности изучаются средствами дифференциальной римановой геометрии и тензорного анализа (см., например, [Бураго и др., 2004; Каган, 1941; Позняк, Шикин, 1990; Рашевский, 1964; Складенко, 2008; Чернавский, 2010]). Упомянутый метрический тензор задает метрику в бесконечно малой части поверхности через задание расстояния между двумя ее бесконечно близкими элементами. Задание системы (поля) метрических тензоров на поверхности определяет ее «внутреннюю» геометрию, позволяя вычислять в ней длины дуг, углы между кривыми, площади областей на поверхности, не зависимо от ее расположения в пространстве. Поэтому естественно пытаться строить общую теорию биологического морфогенеза с привлечением метрических тензоров.

По определению, метрический тензор в n -мерном аффинном пространстве с введенной операцией скалярного умножения задается невырожденной симметричной матрицей $\|g_{ij}\|$, $g_{ij} = g_{ji}$ [Рашевский, 1964, с. 157], чему удовлетворяет строение рассматриваемых в нашей статье симметричных вещественных матриц вибросистем. Координаты g_{ij} метрического тензора представляют собой попарные скалярные произведения векторов репера, на котором он построен. Если из симметричной матрицы, являющейся метрическим тензором, извлечь квадратный корень, то получится новая симметричная матрица, столбцы которой представляют собой вектора этого репера (и которая, в свою очередь, может трактоваться как новый метрический тензор). Для того, чтобы симметричная вещественная матрица могла быть интерпретирована как тензор, необходимо указать группу преобразований,

относительно которой она выступает как тензор. Например, для рассматриваемых в статье симметричных (2*2)-матриц такой группой является группа вращений плоскости (или более широкая группа движений), преобразования которой оставляют неизменными величины скалярных произведений реперных векторов, хотя координаты самих векторов при этих преобразованиях меняются.

Рассмотрим подробнее моделирование двумерных криволинейных поверхностей, вложенных в трехмерное евклидово пространство. Метрический тензор в точках этой поверхности (он может меняться от точки к точке) задается 2x2-матрицей, которая в ортогональных локальных координатах на этой поверхности имеет диагональный вид. Этот вид совпадает с видом тех диагональных 2x2-матриц вибросистем с двумя степенями свободы, которые были использованы выше при анализе молекулярно-генетической системы и законов Вебера-Фехнера и филлотаксиса. Диагональные члены метрического тензора также положительны, как и собственные значения этих матриц вибросистем. Другими словами, имеет место изоморфизм между множеством этих 2x2-матриц вибросистем и множеством метрических тензоров двумерных криволинейных поверхностей: для каждой матрицы одного множества, имеющей два ортогональных собственных вектора и два собственных значения, найдется такая же матрица второго множества с теми же собственными векторами и собственными значениями. Этот изоморфизм позволяет «кодировать» или задавать метрические тензоры поверхностей через аналогичные матрицы вибросистем с двумя степенями свободы, а, значит, через резонансные частоты вибросистем (кодирование морфогенезов через системы резонансных частот). Мы используем это для моделирования биоморфологических поверхностей с позиций концепции резонансной генетики.

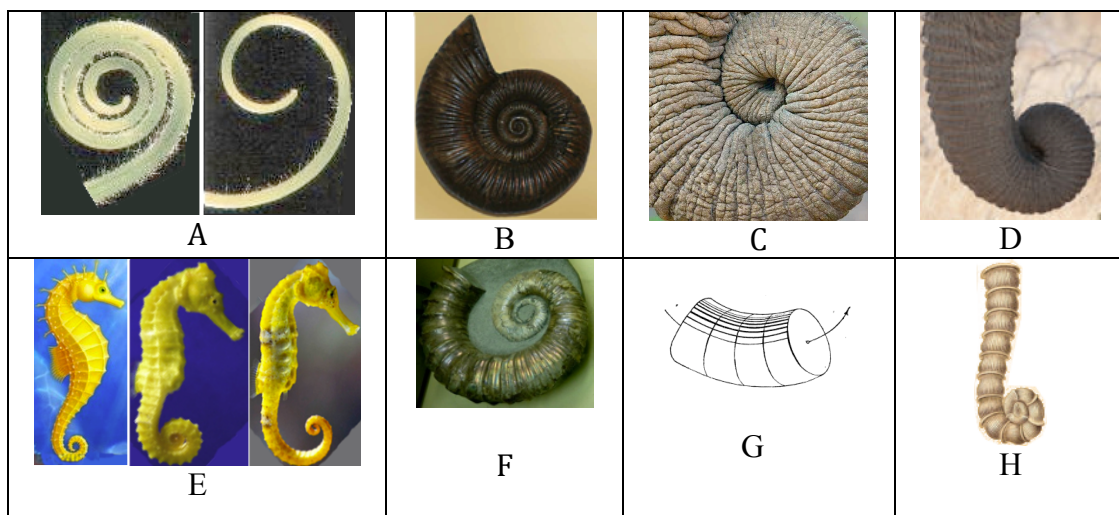


Рис. 18. Примеры параллелизмов форм и движений у разных организмов, связанных с каналовыми поверхностями. А – ростовая деформация усика растения. В – гомоморфная раковина (аммонит). С, D – хобот слона. Е – морской конек. F – гетероморфные раковины (аммониты - <http://chebatkov.livejournal.com/2586.html>). G – каналовая поверхность (из [Каган, 1941]). H – формаминиферы Talamorpha (из [Naesckel, 1904]), раковинные одноклеточные организмы с наружным скелетом-раковиной.

В живых телах форма и движение взаимно связаны. Ростовые и иные естественные трансформации переводят биологические поверхности в новые формы. Например, спиральный усик растения в ходе роста может менять характер своей спирализации (Рис. 18), что вызывается неравномерным ростом его частей. Упомянутая выше проблема морфологических параллелизмов в общем случае охватывает не только независимое сходство статичных форм, но и ростовых и иных движений. Рис. 18 показывает примеры параллелизма форм и их естественных трансформаций спирального типа у разных организмов, в том числе одноклеточных.

Эффективная теория морфологических поверхностей должна уметь не только моделировать статичные поверхности, но и изменение этих поверхностей в ходе ростовых и иных естественных трансформаций, когда в каждый момент движения реализуется новая форма, плавно возникающая из предыдущих закономерным образом. Изложим начала такой авторской теории, которая позволяет моделировать криволинейные биологические поверхности и их ростовые трансформации унифицированным образом в рамках концепции резонансной генетики. Она исходит из положения о ключевой роли резонансных частот вибросистем с двумя (и более) степенями свободы для генетического наследования морфологических поверхностей и их естественных биологических трансформаций. В этой связи данная теория условно называется морфорезонансной. Она использует названный изоморфизм между множеством 2×2 -матриц вибросистем и множеством метрических тензоров двумерных криволинейных поверхностей, вложенных в трехмерное евклидово пространство.

Известно, что метрический тензор или метрика в точке поверхности представляется в виде так называемой первой квадратичной формой от дифференциалов координат du, dv на поверхности:

$$I = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2, \quad (6)$$

где E, F, G – коэффициенты формы. По геометрическому смыслу эта форма совпадает с квадратом элемента длины дуги кривой на поверхности. В ортогональной системе координат (u, v) на поверхности коэффициент $F=0$, и вид формы упрощается:

$$I = Edu^2 + Gdv^2, \quad (7)$$

Эти коэффициенты E и G являются собственными значениями метрического тензора в данной точке поверхности. Они совпадают с собственными значениями некоторой 2×2 -матрицы вибросистемы с двумя степенями свободы в силу отмеченного выше изоморфизма. Соответственно эти коэффициенты могут кодироваться (задаваться) резонансными частотами этой вибросистемы.

Первая квадратичная форма поверхности задает ее внутреннюю геометрию, а для характеристики ее искривленности в пространстве используется вторая квадратичная форма:

$$II = Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2, \quad (8)$$

где L , M , N – коэффициенты этой формы. Ее геометрический смысл заключается в том, что она характеризует отклонение поверхности от касательной плоскости в рассматриваемой точке.

На криволинейных поверхностях существует много геометрических типов линий: геодезические, асимптотические и др. Все они могут анализироваться для выявления их возможной связи с концепцией резонансной генетики. Но на первом этапе развития морфорезонансной теории основное внимание нами уделяется главным линиям кривизны поверхностей. Сеть этих главных линий кривизны образует ортогональную систему, которую удобно использовать в качестве координатной. В строительной механике теория тонких оболочек строится именно на локальных системах координат на базе главных линий кривизны, что значительно упрощает уравнения [Погорелов, 2007, с. 162]. Напомним сведения о кривизнах и главных линиях кривизны.

Величина отношения II/I второй квадратичной формы к первой форме называется нормальной кривизной поверхности в данной точке. Она достигает своего максимального и минимального значения k_1 и k_2 по двум ортогональным направлениям, называемым главными (мы не рассматриваем особые точки, в которых эта величина не зависит от направления, как, например, у точек плоскости или сферы). Линией кривизны на поверхности называют такую, которая в каждой своей точке касается главного направления. Если два ортогональных семейства линий кривизны используются в качестве системы координатных линий поверхности, то средние коэффициенты первой и второй квадратичных форм равны нулю: $F = M = 0$. При этом величины главных кривизн k_1 и k_2 в точке вычисляются по отношению коэффициентов второй и первой квадратичных форм из (7) и (8):

$$k_1 = L/E, \quad k_2 = N/G \quad (9)$$

Задание двух квадратичных форм определяет криволинейную гладкую поверхность. Из них только первая форма является положительно определенной и сопоставимой с положительно определенными 2×2 -матрицами вибросистем с двумя степенями свободы, что позволяет задавать внутреннюю геометрию (т.е. метрику) поверхности. Коэффициенты второй квадратичной формы, которая в общем случае не является положительно определенной, не могут непосредственно задаваться (кодироваться) через резонансные частоты таких вибросистем. Как же в нашем модельном подходе связываются кривизны k_1 и k_2 и резонансные частоты? Ответ на этот вопрос дают выражения (9), в которых эти кривизны меняются обратно пропорциональным образом при изменении коэффициентов E и G первой квадратичной формы. При этом можно избирательно менять любую из кривизн, изменяя ту резонансную частоту, которая определяет величину соответствующего коэффициента первой формы. Действительно, при изменении величины резонансной частоты, соответствующей коэффициенту E (или G) в указанном изоморфизме матриц, в силу (9) избирательно изменяется кривизна k_1 (или k_2) в рассматриваемой точке поверхности (предполагается, что поведение L и N в числителях данных выражений не существенно). Эта резонансная частота вибросистемы с двумя степенями свободы выступает в качестве физического регулятора кривизны в точке поверхности (при том, что метрика поверхности в малой окрестности точки определяется сразу обеими резонансными частотами данной вибросистемы).

Привяжем это к примерам каналовых поверхностей на Рис. 18. Каналовыми в геометрии называются поверхности, образуемые движением окружности переменного радиуса, при котором центр окружности перемещается по заданной кривой, а плоскость окружности все время остается перпендикулярной к этой кривой [Каган, 1941, с. 315]. Поверхности этого типа могут использоваться в роли моделей многих биологических объектов: кровеносных сосудов, побегов растений и пр. Для каналовых поверхностей образующие окружности выступают главными линиями кривизны, а ортогональные к ним линии являются главными линиями кривизны второго семейства. Например, в излагаемом модельном подходе ростовое искривление спирального усика растения (Рис. 18А) трактуется, как задаваемое соответствующим изменением, по крайней мере, одной из двух резонансных частот, регулирующих соответствующую кривизну k_1 или k_2 в точках поверхности. Конечно, при изменении этой регулирующей резонансной частоты изменяется не только кривизна, но также и метрический тензор каналовой поверхности, что согласуется с феноменологией рассматриваемых ростовых трансформаций. Итак, с точки зрения морфорезонансной теории трансформация одних каналовых поверхностей в другие (Рис. 18А,С,Д,Е) является, прежде всего, плавной перестройкой сети главных линий кривизны через задание одной или двух резонансных частот некоторой регулирующей вибросистемы с двумя степенями свободы.

Рис. 18 показывает, что в ходе мышечных движений хобота слона и хвоста морского конька реализуются конфигурации, представленные также в ростовых движениях и статичных морфологических структурах. Это говорит о том, что мышечные движения имеют прототипы в ростовых движениях и организуются в соответствии с некими архетипами биологического формообразования. Исследования биологических форм и движений связаны с рядом прикладных аспектов, в том числе в архитектурной бионике и робототехнике (см., например, [Калейник, 2010]).

Добавим, что сети линий кривизны поверхностей сопряжены с мебиусовыми преобразованиями. Последние трансформируют поверхности так, что линии кривизны исходных поверхностей переходят в линии кривизны новых (для сравнения, проективногеометрические преобразования поверхностей переводят линии кривизны исходных поверхностей в линии иного вида). Мебиусовы преобразования (называемые в литературе также конформногеометрическими, круговыми, обратных радиусов, Лиувилля, Кельвина) сохраняют величины углов, переводят сферы в сферы и являются локально-подобными. Многие феномены биологических симметрий строятся на этих мебиусовых преобразованиях и их циклических группах в многоблочных телах, изучению чего посвящена докторская диссертация [Петухов, 1987]. Возможными причинами этой биологической реализации мебиусовых симметрий является их локально-подобный характер: преобразования малой окрестности любой точки поверхности являются масштабными, то есть сохраняющими линии кривизны с простым масштабированием кривизн k_1 и k_2 в каждой точке (форма поверхности в целом может существенно изменяться из-за разного масштабирования в разных ее точках); с точки зрения морфорезонансной теории эта локальная подобность трансформаций упрощает резонансную регуляцию роста. Еще одна причина может быть связана с важной ролью сети главных линий кривизны в теории тонких оболочек строительной механики, где их использование в качестве локальных систем координат

значительно упрощает уравнения механики, связывающие форму оболочек с напряжениями и деформациями при нагрузках [Погорелов, 2007, с. 162]. Напомним также, что уравнения электродинамики Максвелла инвариантны относительно группы мебиусовых преобразований; осмысление этого факта составляет одну из проблем физики, для решения которой разными авторами предлагались различные варианты конформной теории относительности. Математический аппарат квантовой механики также тесно связан с мебиусовыми симметриями и существует несколько вариантов конформной квантовой теории поля (подробности см. в [Петухов, 1981, глава 2]). Рис. 19 показывает примеры моделирования онтогенетических трансформаций биоологических тел на основе мебиусовых трансформаций.

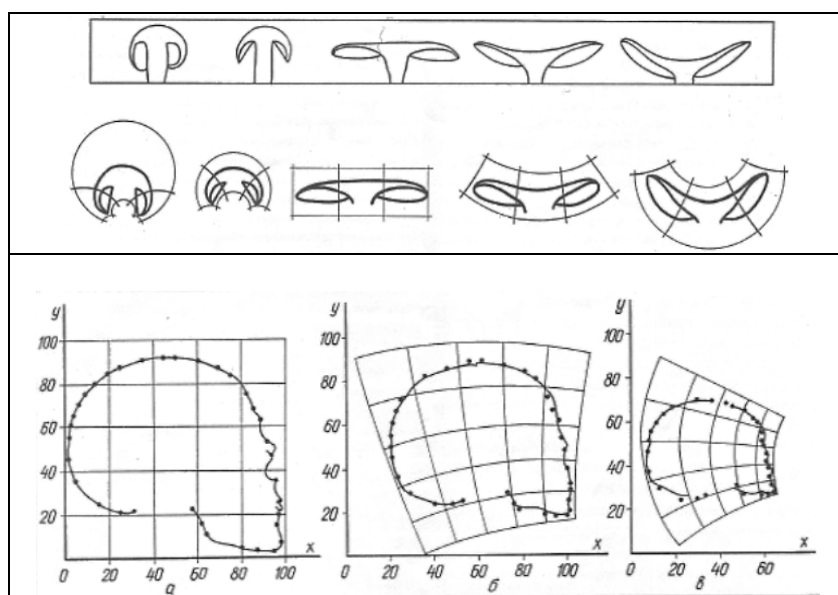


Рис. 19. Вверху: ростовые трансформации шляпки мухомора Amanita и их моделирование с помощью мебиусовых преобразований. Внизу: мебиусовы преобразования при моделировании онтогенетических трансформаций черепа человека (из [Петухов, 1988]; эти рисунки воспроизведены также в книге [Белоусов, 1987]).

Тензорное произведение двух метрических тензоров порождает новый метрический тензор, относящийся к риманову пространству соответственно увеличенной размерности. Аналогичное относится к тензорам кривизны. Задавая алгоритмы или правила изменения метрических тензоров и тензоров кривизны, можно строить модели морфогенеза на основе формализмов римановой геометрии и думать о том, что именно генетическая передача систем этих тензоров из поколения в поколение обеспечивает морфологическое подобие поколений. Мы полагаем, что в биоинформатике и биологической эволюции организмов реализуется в определенной степени принцип - «системы резонансных частот кодируют более общие системы резонансных частот», включающий в себя принцип «метрические тензоры кодируют метрические тензоры более высоких порядков».

Дополнительным аргументом в пользу морфорезонансной теории и важности резонансных частот для биологического формообразования является феномен наследования цветовых паттернов, в том числе цветового

филлотаксиса, то есть филлотаксисо-подобной укладки цветковых пятен на раковинах моллюсков и других телах (см. пример такой раковины на Рис. 19 слева). Цвет определяется частотой электромагнитных волн. Закономерное распределение цветковых паттернов на биологических телах, передаваемое из поколения в поколение, свидетельствует о том, что генетическое воспроизведение частот электромагнитных волн в морфогенетических процессах является важной задачей развивающейся живой материи. Эту значимость частот, прежде всего, электромагнитных волн надо учитывать при построении общей теории морфогенеза.

Физика и математика наработали ценный опыт использования метрических тензоров, в частности, в связи с понятием тензорного поля. *«Мы говорим, что нам дано тензорное поле, если в каждой точке M пространства задан некоторый тензор постоянной валентности, но в остальном, вообще говоря, меняющийся от точки к точке. Этот тензор мы будем называть тензором поля»* [Рашевский, 1964, с. 46]. В физике известны прецеденты, когда физические поля отождествляются с некоторыми тензорными полями. Так, Эйнштейн и Гроссман отождествили гравитационное поле с полем метрических тензоров геометрии Римана. Поскольку риманова геометрия определяется заданием дважды ковариантного симметричного тензора, постольку всякую физическую задачу, сводящуюся к изучению такого тензорного поля, можно формулировать как задачу римановой геометрии. В частности, к тензорным полям такого типа относятся различные физические величины, характеризующие упругие, оптические, термодинамические, диэлектрические, пьезомагнитные и другие свойства анизотропных тел. В связи с концепцией резонансной генетики некоторые из этих физических приложений римановой геометрии могут быть использованы при изучении феноменов биологического морфогенеза и разработке теории морфогенетического поля.

11. Морфогенетическое поле как поле кооперативных резонансных взаимодействий

В биологии для объяснения явлений морфогенеза давно – с 1901 года от Бовери - существуют идеи некоего морфогенетического поля, находящегося внутри организма. Его версии известны также под иными именами: эмбриональное поле, биологическое поле, клеточные поля и пр. При этом некоторые авторы полагали, что речь может идти о принципиально новом виде физического поля, еще не известного науке. Исторический обзор попыток развить теорию морфогенетического поля можно найти, например, в книгах [Белоусов, 1987; Гурвич, 1991; Токин, 1987].

Концепция резонансной биоинформатики с учетом полученных начальных результатов и используемых математических формализмов ведет к возникновению новой версии морфогенетического поля, понимаемого как тензорное поле частотно-резонансных особенностей и взаимодействий в живой материи колебательных процессов разной природы. Речь идет о том, что в живом организме существует множество видов взаимосвязанных колебательных и волновых процессов, вписанных в общую картину генетического наследования его особенностей: электромагнитных, электромеханических (поскольку многие биоткани являются пьезоэлектриками), биохимических (сопровождаемых подчас циклическими конформационными изменениями биологических молекул), механических и др.

Данное множество, увеличивающееся по ходу онтогенеза организма, наделено также разрастающейся системой резонансно-частотных объектов и их взаимоотношений, определяющих в значительной мере энергетику различных частей организма и перекачку энергии между ними. При поступлении в организм новых порций энергии, например, за счет пищи из внешнего мира, эта резонансная система участвует в их перераспределении между органами и тканями, в том числе для обеспечения морфогенетических процессов. Предлагаемую версию морфогенетического поля можно назвать «морфорезонансным полем». Естественной основой математического аппарата для развития теории морфорезонансного поля представляются математика теории резонансов вибросистем со многими степенями свободы и дифференциальная геометрия криволинейных поверхностей.

Возможно следующее первичное определение: морфорезонансное поле – это существующее внутри организма и развивающееся во времени тензорное поле колебательных или волновых процессов с согласованными резонансными частотами множества вибросистем со многими степенями свободы. В этой авторской версии морфогенетического поля не предполагается существования неизвестных науке видов физических полей. Отметим, что эта версия отличается от версий других авторов также тем, что впервые связывает морфогенетическое поле с особенностями молекулярно-генетической системы.

Многие биологические тела – например, листья растений и раковины моллюсков (Рис. 19) - обладают формой, поразительно правильной с математической точки зрения, что давно привлекало внимание математиков. Так, Р. Декарт, введя метод координат, исследовал кривую под именем «лепесток жасмина». Немецкий геометр Б. Хабенихт в книге «Аналитические формы листьев» 1896 года опубликовал уравнения очертаний листьев кислицы, клена, щавеля, ивы, плюща и др. Д'Арси Томпсон в книге «Рост и форма» [Thompson, 1917] развивал представление об искривленности пространства биологического тела: он использовал криволинейные координаты для демонстрации идеи о том, что закономерное математическое искривление формы организма одного вида обнаруживает родство его формы с формой организма другого вида (Рис. 19, справа).

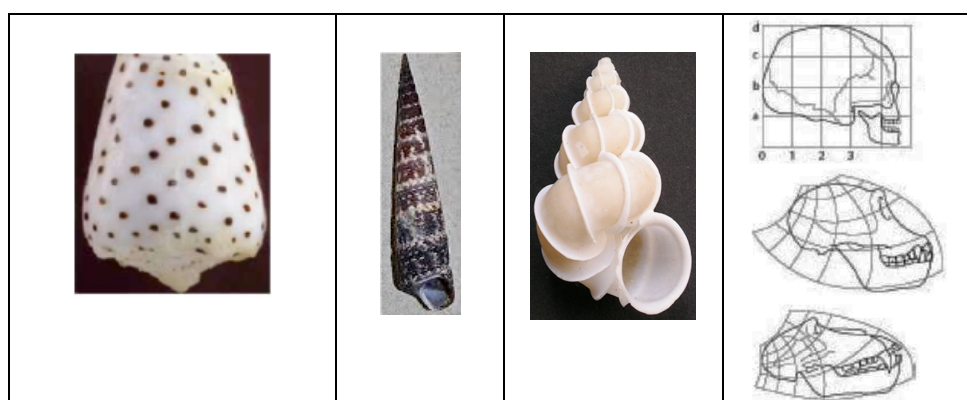


Рис. 19. Слева - раковины моллюсков как один из примеров математической правильности многих биологических форм. Раковина слева несет на себе филлотаксисно-подобную укладку цветковых пятен. Справа – криволинейное преобразование координат показывает родство форм у черепов человека, шимпанзе и бабуина (по [Thompson, 1917]).

Теория морфорезонансного поля имеет целью развитие математических моделей онто- и филогенеза криволинейных биологических форм на базе положения о резонансных механизмах в живой материи.

В предыдущем параграфе особое внимание уделялось линиям кривизны на поверхностях. Но существуют также морфогенетические феномены, для моделирования которых представляются полезными геодезические линии на поверхностях. Эти линии поверхности относятся к ее внутренней геометрии. Они полностью определяются ее метрическими тензорами, которые, как уже отмечалось, можно задать системой резонансных частот вибросистем с двумя степенями свободы. Обсудим возможность использования геодезических линий в задаче о таком виде биологического роста, который приводит к наращиванию морфологической конструкции (например, приросту апикальной части растительных побегов). При моделировании необходимо задать правило развития ростовой области с ее перемещением в определенном направлении относительно основного массива биологического тела. Для задания данного правила мы предлагаем использовать некоторую аналогию с принципом Гюйгенса, лежащим в основе волновой оптики. Для лучей света, которые движутся по кратчайшему пути между исходной и конечной точками (т.е. по геодезической линии), принцип Гюйгенса постулирует положение о том, что каждая точка волнового фронта становится новым источником волн, возбужденным приходом светового сигнала в эту точку.

Нами по аналогии принимаются как положение о важной роли геодезических линий (но только в соответствующем тензорном поле для искривленных поверхностей), так и положение о новых источниках колебаний, возникающих в результате возбуждающего влияния близлежащих регулирующих вибросистем. Точнее, нами принимается, что в рассматриваемых ростовых областях реализуется размножение и сдвиговое развитие множества регулирующих вибросистем с двумя степенями свободы (то есть здесь каждая точка модельной области являет собой сразу два колебательных центра в отличие от точек в принципе Гюйгенса, генерирующих одиночные волны). Это ориентированное на криволинейной поверхности развитие регулирующих вибросистем происходит вдоль букета геодезических линий тензорного морфорезонансного поля. Геодезические линии данного букета могут быть взаимно связаны условием их параллельности или условием их веерного исхода из общей стартовой точки и т.п. В каждый момент времени периферическая граница рассматриваемой ростовой области, распространяющейся в сторону свободного пространства, интерпретируется как ростовой фронт развития множества регулирующих вибросистем, развивающегося вдоль геодезических линий (некоторый аналог волнового фронта из оптики). В другом варианте модели вся ростовая область (а не ее внешняя граница), имеющая определенную ширину, выступает в роли ростового фронта, в котором сосредоточена ростовая энергия колебательных процессов.

Но как в этом классе моделей охватить ситуацию, например, растительного филлотаксиса, когда периодически в ростовой зоне, обеспечивающей формирование побега, вдруг возникает закладка нового листооргана? Для моделирования таких ситуаций можно принять положение о циклических изменениях метрических тензоров в морфорезонансном поле, происходящих на соответствующих этапах повторяющегося формообразовательного цикла. В целом с позиций данного подхода морфогенез определяется как перестройка и развитие системы тензоров морфорезонансного

поля или как перестройка и развитие системы согласованных резонансных частот колебательных процессов в организме. Искривление формы биологического тела объясняется при этом во многом действием так называемых вибрационных и волновых сил, описанных в вибрационной и волновой механике.

В эмбриологии известно, что серьезные нарушения эмбриона, например, микрохирургическое удаление его частей во многих случаях не мешает ему вырасти во вполне нормальный организм [Белоусов, 1987; Токин, 1987]. Что же является критерием правильности финитной конфигурации организма, вырастающего из зародыша? Таким критерием может быть согласование системы резонансных характеристик взрослого организма с резонансными паттернами его молекулярно-генетической системы, включая ДНК.

Способность резонансных процессов влиять на формообразование известна в физике на примере фигур Хладни и киматики Дженни [<http://cymatika.ru/istoriya-kimatiki/>]. В них для демонстрации резонансного формообразования используется наложение внешних вибраций на резонирующую пластину, покрытую порошкообразными частицами. Эти примеры далеко не исчерпывают формообразовательных потенциалов систем резонансов, особенно в тех случаях, когда вибрация накладывается не извне, а каждая частица ансамбля сама активно вибрирует со своими собственными параметрами колебаний и находится в резонансных взаимодействиях с другими частицами. В книге [Винер, 1963] высказывается предположение о важной роли резонансных взаимодействий в формировании генов, вирусов и других молекулярных объектов: *«Может оказаться, что специфические вещества вируса при некоторых обстоятельствах излучают ... колебания, которые обладают способностью содействовать формированию других молекул вируса из неопределенной магмы амнокислот и нуклеиновых кислот. Вполне возможно, что такое явление позволительно рассматривать как своего рода взаимное притягательное взаимодействие частот».*

Для множества морфогенетических процессов, как и для других физиологических процессов, важна их взаимная синхронизация. Вибрационная механика дает яркий пример возможностей синхронизации множества колебательных процессов в виде известного феномена синхронизации колеблющихся маятников, установленных на общей подвижной платформе. Это явление было открыто основоположником волновой оптики Х.Гюйгенсом в XVII веке. В Интернете имеются видеодемонстрации феномена самосинхронизации маятниковых метрономов, стрелки которых исходно качаются с разными частотами и фазами (частоты не сильно отличаются друг от друга); при установке этих метрономов на подвижной роликовой платформе качания всех метрономов через короткое время полностью синхронизируются и они начинают двигаться «строго в ногу» (если платформу обездвижить, то метрономы снова утратят синхронность.):

- <http://www.youtube.com/watch?v=jMb-jrwXAZo> - ТВ программа «Галилео» с подробной демонстрацией синхронизации двух метрономов;
- <http://avva.livejournal.com/2491293.html> - синхронизация 5 метрономов в английском Университете Ланкастера;
- http://www.dailymotion.com/video/xtxifl_синхронизация-32-метрономов_tech - японское видео о синхронизации 32 метрономов.

В живых организмах аналогом такой общей подвижной платформы, необходимой для синхронизации, видимо, выступает структурная вода, из которой во многом состоят живые организмы. Показательный пример морфогенетической и вообще физиологической роли структурной воды дают медузы, которые состоят из воды на 99% и при этом в их морфологии реализуется феномен филлотаксиса [Джан, 2006, с. 305]: *«Щупальца, каналы и зооиды в некоторых медузах в точности соответствуют филлотаксису»*. Эта особая форма воды является также кандидатом на роль объединяющей виброплатформы для виброперекачки энергии между разными частями биологического тела. Физические особенности структурной приповерхностной воды, связанные с резонансными взаимодействиями в ней, в настоящее время изучаются в лабораториях мира (см., например, [Воейков, 2009; Del Giudice, 2014; Pollack, Clegg, 2008]).

12. Вибрационная механика и генетическая биомеханика

Концепция резонансной генетики обращает внимание на возможное биологическое значение феноменов вибрационной и волновой механики в связи с поведением частей биологических тел на субклеточном, клеточном и надклеточном уровнях. Вибрационная и волновая механики широко применяются в технике и насыщены удивительными явлениями вибрационной сепарации и структуризации многофазных сред, вибротранспортировки, виброперекачки энергии от одних частей системы к другим и пр. [Блехман, 2003; Ганиев, Украинский, 2008]. Знакомство с некоторыми из этих феноменов порождает впечатление о попадании в мир с другими физическими законами. Недаром обзорная научно-популярная статья [Блехман, 2003] называется: *«Вибрация «изменяет законы механики»»*. Данные феномены связаны с факторами, которые вслед за П.Л. Капицей условно называют «вибрационными силами». В жидкости вибрирующие тела могут притягиваться и отталкиваться (вибрационные силы Бьеркнеса), а пульсирующие пузырьки газа могут сливаться и дробиться (этому посвящено много видео в Интернете).

Едва заметные или практически незаметные вибрации, которые могут иметь высокие частоты и малые амплитуды, обеспечивают, например, следующие явления:

- верхнее положение перевернутого маятника делается устойчивым;
- тяжелый металлический шар “всплывает” в слое песка;
- свая легко погружается в грунт под своим весом;
- массивное тело или слой сыпучего материала движется вверх по наклонной плоскости;
- вращение ротора электродвигателя, отключенного от электропитания, устойчиво поддерживается за счет виброперекачки (отсоса) энергии от другого роторного электродвигателя, стоящего на общей виброплатформе и подключенного к электросети (самосинхронизация возбuditелей);
- веревка встает столбом вверх, если к ее основанию приложена соответствующая вибрация, и т.п.

В живых организмах с их множеством компонентов, согласованно вибрирующих на разных частотах и амплитудах и подчиняющихся на микроуровне волновым принципам квантовой физики, известно множество явлений, которые также происходят как бы под действием загадочных сил.

Таковы, например, удивительно организованные многоэтапные процессы деления клеток. Или нахождение гистоновыми белками четырех видов парных им видов гистонов в молекулярном бульоне для поэтапного образования димеров, тетрамеров, а затем октамерных гистоновых стержней, на которые навивается ДНК. Все эти поиски и совокупления одновидовых гистонов сначала в пары, а затем в пары из пар происходят в огромном столпотворении биомолекул множества других видов и их осколков, причем происходят, несмотря на эффекты зарядового экранирования и другие мешающие обстоятельства. Другой показательный пример дает феномен взаимного нахождения в молекулярном бульоне половинок и четвертинок молекулы транспортной РНК и их объединения в одну молекулу [Мирзабеков, 1972]. Можно надеяться, что на основе теории резонансной генетики и формализмов вибрационной и волновой механики удастся развить математические модели подобных биологических процессов.

Здесь уместно вспомнить об известном явлении конформационных колебаний макромолекул ферментов, в том числе на частотах звуковых волн. В связи с ним С.Э. Шноль [1989, с. 75] писал о вероятной важности для жизнедеятельности *«пока еще фантастической картины «музыкальных взаимодействий» биохимических систем, клеток, органов»*, относящихся к области *«биохимической эстетики»*.

Наши исследования генетических систем резонансов сопряжены с *«биохимической эстетикой»*. Мы рассматриваем организм как музыкальный синтезатор с наследуемым множеством настроек резонансных режимов. Отчасти в этой связи в Московской консерватории создан «Центр междисциплинарных исследований музыкального творчества» и с участием автора запатентован новый класс музыкальных инструментов на основе так называемых «генетических музыкальных строев», и пр. Музыка представляет собой игру в системы акустических резонансов, к которым человек удивительно предрасположен, хотя не имеет специализированного органа восприятия музыки, воспринимая ее всем существом. На протяжении десятков тысяч лет он создает музыкальные инструменты, настраивая их на определенные системы резонансов, вызывающие у него эмоции, мурашки по телу и слезы. Повторяя генетические процессы согласованного усложнения живого, человек с течением веков научился объединять отдельные инструменты и певцов в оркестры и хоры как колебательные системы с увеличенным числом степеней свободы.

С учетом возможностей виброперекачки энергии за счет резонансных взаимодействий (см. приведенный выше пример работающего электродвигателя, не подключенного к сети) живой организм может рассматриваться как резонансный потребитель (отсасыватель) энергии окружающих электромагнитных волн, приходящих из космоса и недр земли. Фотосинтез, осуществляющийся за счет поглощения энергии солнечных световых волн, является, видимо, лишь одним из примеров энергопотребительского существования организма на основе резонансных согласований (резонансный «вампиризм» энергии и информации). Соответственно организм надо рассматривать как часть мирового ансамбля колебательных – прежде всего, электромагнитных - процессов, ожидая обнаружения новых механизмов его резонансных согласований с окружающим волновым миром.

Множество данных из области гомеопатии и физиологических явлений сверхслабых воздействий свидетельствует в пользу резонансно-волновой

организации живого. Например, сверхчувствительное обоняние некоторых животных организмов, способных учуять партнера по запаху на далеком расстоянии при фактическом отсутствии молекул запаха, способных попасть на рецепторы обоняния.

Вибрационная механика позволяет также моделировать эволюционное согласование и отбор при создании единого организма из множества частей. Обратимся к выше рассмотренному примеру роторных электродвигателей на единой подвижной платформе. Вокруг единственного электродвигателя, подключенного к электропитанию, можно установить на общую с ним подвижную платформу множество других роторных электродвигателей, значительно различающихся по резонансным характеристикам. Через эффект самосинхронизации возбудителей только те двигатели, которые способны к резонансному согласованию с базовым двигателем, начнут работать, образуя единую функциональную колонию, а остальные двигатели окажутся мертвым мусором, подлежащим отсеву.

Резонансное объединение частей в единое целое происходит по физическому принципу «минимума энергии»: каждому из участников ансамбля для выполнения собственной работы требуется меньше энергии, чем в случае работы по отдельности. Как живые, так и неживые объекты являются в общем случае колебательными системами со многими степенями свободы. Но - с точки зрения концепции резонансной генетики - живые организмы отличаются особыми наследуемыми тензорно-матричными семействами резонансов в них. Эти биологические семейства резонансов составляют относительно узкий класс мыслимых систем резонансов. По нашему мнению, названная концепция и ее матричный аппарат моделирования могут оказаться полезными для осмысления многих биологических проблем (онто- и филогенетическое развитие, биологическое время, старение и др.).

Заключительные замечания

Живой организм представляет собой единое целое. Концепция резонансной генетики (или резонансной биоинформатики) и ее математический аппарат позволяют моделировать - на едином академическом языке матричной математики - биологические феномены разного уровня и разных областей физиологии: от молекулярной генетики до организменных законов психофизики и явлений морфогенеза. При этом организм рассматривается как сложная осциллирующая часть мироздания, связанная с колебательными процессами внешнего мира резонансными взаимосвязями. Учет этих резонансных взаимосвязей полезен также в проблематике слабых и сверхслабых воздействий в биологии и медицине.

Наши результаты математического моделирования и анализа в резонансной генетике говорят в пользу следующего:

- алфавиты генетического кода есть алфавиты резонансов; соответственно, генетический код есть код систем резонансов;
- решетки Пеннета, описывающие в генетике полигибридное скрещивание по законам Менделя, аналогичны представленным таблицам наследования собственных значений матриц при тензорном умножении (2*2)-матриц;
- аллели генов, фигурирующие в законах Менделя, можно трактовать как

резонансы (собственные значения матриц) некоторых колебательных систем;

- бинарно-оппозиционные свойства алфавита ДНК, трактуемые как оппозиции резонансных свойств, определяют его бинарные субалфавиты и дают возможность двоично-числового представления алфавитов и полиплетов ДНК для рассмотрения организма как компьютера;
- алфавиты генетического кода связаны с функциями Уолша и Радемахера;
- основной психофизический закон Вебера-Фехнера и морфогенетические законы филлотаксиса можно моделировать сходным образом на языке резонансов вибросистем с двумя степенями свободы;
- явления биологического морфогенеза и ростовых движений можно осмысливать с позиций представления о тензорном морфрезонансном поле как новой версии морфогенетического поля;
- наследуемые биологические процессы связаны с феноменами вибрационной механики.

М.Планк писал: *«Основной чертой каждой возникшей в науке новой идеи является то, что она связывает определенным образом два различных ряда фактов»* [Планк, 1975, с. 591]. Общее положение о том, что познание есть поиск аналогий, утвердилось в науке, по крайней мере, со времен Б. Больцано. Соответственно представленная концепция резонансной генетики стала следствием обнаружения автором структурных аналогий между генетическими феноменами и математической теорией резонансов в вибрационных системах со многими степенями свободы. При этом выявились перспективные пересечения биологии с физикой и информатикой на основе эффективной математики.

Генетические молекулы принадлежат микромиру и потому обязаны подчиняться принципам квантовой механики. Как известно, ее формализмы опираются на собственные значения матриц, и она оперирует частотными и резонансными характеристиками объектов квантово-механического мира. В целом, квантовая механика возникла и развивалась во многом как наука о резонансах в микромире. Тем самым, концепция резонансной генетики предлагает рассматривать генетические явления на том же языке частот колебаний и резонансов, на котором основана квантовая механика. Дополнительно к этому она использует тот же матричный язык, на котором построена «матричная механика» В. Гейзенберга - исторически первая форма квантовой механики, сохраняющая свою ценность до настоящего времени. Поэтому концепция резонансной генетики обязана охватывать также эти квантово-механические аспекты, но представление результатов квантово-механического направления исследований выходит за пределы статьи.

В прошлом веке наука открыла, что при всем потрясающем разнообразии живых организмов молекулярно-генетические основы у них одинаковы (алфавиты ДНК, РНК и пр.) и при том очень просты. Появляется надежда, что алгоритмические основы устройства организмов, которые подчиняются генетическим законам типа законов Менделя, тоже весьма просты и унифицированы для всего живого. Выявление этих алгоритмов живой материи представляется важнейшей задачей. Можно полагать, что алгоритмы резонансного согласования и упорядочивания подсистем, связанные с формализмами тензорных произведений матриц, играют ключевую или одну из ключевых ролей в живой материи.

Наше исследование имеет ряд прикладных аспектов, связанных с использованием колебательных процессов в медицине, биотехнологиях, робототехнике, системах искусственного интеллекта, а также с вибровоздействиями в системах человек-машина-среда (см. книгу [Фролов, 1984], создателя нашего отдела вибрационной биомеханики ИМАШ РАН). Материалы доклада являются продолжением работ автора по матричной генетике и «генетической музыке», сопряженной с концепцией резонансной генетики [Петухов, 2008; Petoukhov, 2015; Petoukhov, He, 2010]. «Генетическая музыка» активно развивается в Московской государственной консерватории на базе ее «Центра междисциплинарных исследований музыкального творчества» в связи с генетическими Фибоначчи-ступенными строениями, описанными в [Петухов, 2008, глава 2] (эта книга выложена для открытого чтения на сайте <http://petoukhov.com/>). Первый концерт генетической музыки от Московской консерватории состоялся в Вене, Австрия 4 июня 2015 года (видео концерта – на сайтах: русская версия - <http://youtu.be/rB1qi1NtPzw>, английская - <http://youtu.be/gagKLDuO9z8>).

По мнению автора, развитие современной теоретической биологии - как ветви математического естествознания - может идти по тому же пути, что и развитие современной теоретической физики, которая, согласно П.Дираку, должна развиваться по следующему рецепту. *“Начинать следует с красивой математической теории. «Если она действительно красива, – считал Дирак, – то она обязательно окажется прекрасной моделью важных физических явлений. Вот и нужно искать эти явления, развивать приложения красивой математической теории и интерпретировать их как предсказания новых законов физики», – так строится, по словам Дирака, вся новая физика, и релятивистская, и квантовая»* (цитата из [Арнольд, 2006]). В нашей статье показано, что красивая математическая теория собственных значений и собственных векторов тензорных семейств матриц оказывается моделью важных генетических явлений и структур, обнаруживая их глубокую связь с теорией резонансов колебательных систем со многими степенями свободы.

Литература

- Арнольд В.И. Публичная лекция в Математическом институте им. В.А. Стеклова 13.05.2006 (<http://elementy.ru/lib/430178/430281>)
- Ахмед Н., Рао К.Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов. М., 1980.
- Балонин Н.А. Новый курс теории управления движением. – СПб, Санкт-Петербургский государственный университет, 2000, 160 с.
- Беллман Р. Введение в теорию матриц. – М., Наука, 1976, 351 с.
- Белоусов Л.В. Биологический морфогенез. - М., МГУ, 1987.
- Блехман И.И. Вибрация «изменяет законы механики». – Природа, 2003, №11, с. 42-53.
- Боднар О.Я. Золотое сечение и неевклидова геометрия в природе и искусстве», Львов, Свит, 1994.
- Бураго Д.Ю., Бураго Ю.Д., Иванов С.В. Курс метрической геометрии. – М., Институт компьютерных исследований, 2004, 496 с.
- Винер Н. Новые главы кибернетики. Управление и связь в животном и машине. - М., Наука, 1963.
- Воейков В.Л. Ключевая роль устойчиво неравновесного состояния водных систем в биоэнергетике. - Российский химический журнал (Журнал

- РХО им. Д.И. Менделеева), 2009, т. LIII, №6, с. 41-49.
- Газале М. Гномон. От фараонов до фракталов. – М., Институт компьютерных исследований, 2002, 271 с.
- Ганиев Р.Ф., Украинский Л.Е. Нелинейная волновая механика и технология. – М., Регулярная и хаотическая динамика, 2008, 711 с.
- Гербер Р. Вибрационная медицина. – София, Гелиос, 2001, 592 с.
- Глэдвел Г. Обратные задачи теории колебаний. – М., Регулярная и хаотическая динамика, 2008, 608 с.
- Гурвич А.Г. Принципы аналитической биологии и теории клеточных полей. – М., Наука, 1991.
- Джан Р. Филлотаксис: системное исследование морфогенеза растений. – М.: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2006, 460 с.
- Каган В.Ф. Основы теории поверхностей. Том 1. – М., ОГИЗ, 1941.
- Калейник Е. Слоновый хобот как будущее роботов. 2010,
<http://www.3dnews.ru/602439>
- Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей, М., Наука, 1987, 416 с.
- Маковский М.М. Лингвистическая генетика. – М., Наука, 1992.
- Мирзабеков А.Д. Валиновая тРНК I. Структурная основа узнавания. Автореферат докторской диссертации. М., Институт химии природных соединений АН СССР, 1972.
- Пенроуз Р. Тени разума: в поисках науки о сознании. М., Институт компьютерных исследований, 2005.
- Планк М. Избранные труды. – М., Наука, 1975.
- Петухов С.В. Биомеханика, бионика и симметрия. – М., Наука, 1981, 239 с.
- Петухов С.В. Высшие симметрии в биомеханике формообразования. – Автореферат диссертации на соискание учен. степени доктора физ.-мат.наук, Институт кристаллографии РАН, М., 1987.
- Петухов С.В. Геометрии живой природы и алгоритмы самоорганизации. – М., Знание, 1988.
- Петухов С.В. Матричная генетика, алгебры генетического кода, помехоустойчивость. – М., РХД, 2008, 316 с. (<http://petoukhov.com/>).
- Петухов С.В. Гиперкомплексные числа и алгебраическая система генетических алфавитов. – Гиперкомплексные числа в геометрии и физике, 2011, т. 8, №2(16), с. 118-138
- Петухов С.В. Гиперкомплексные числа, генетическое кодирование и алгебраическая биология. – Метафизика, 2012, №3(5), с.64-88,
http://www.intelros.ru/pdf/metafizika/2012_03/5.pdf
- Петухов С.В. Генетический код и проекционные операторы матричного генотипа. – Метафизика, 2014, №1(11), стр. 44-65,
[http://lib.rudn.ru/file/Метафизика%201%20\(11\)%202014.pdf](http://lib.rudn.ru/file/Метафизика%201%20(11)%202014.pdf)
- Петухов С.В. Тензорные произведения матриц в изучении организма как генетической системы резонансов. – Гиперкомплексные числа в геометрии и физике, 2014, т. 11, 2(22), с. 223-248.
- Позняк Э.Г., Шикин Е.В. Дифференциальная геометрия: первое знакомство. – М., МГУ, 1990.
- Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. М., Наука, 1964.
- Румер Ю.Б. Систематизация кодонов в генетическом коде. – Доклады АН СССР, 1968, т. 183, № 1, с. 225-226.
- Скляренко Е.Г. Курс лекций по классической дифференциальной геометрии. –

- М., МГУ, 2008;
- Сороко Л.М. От линзы к запрограммированному оптическому рельефу. - Природа, 1971, № 5, с. 50-61.
- Сороко Л.М. Рецензия на книгу Хармута Х. «Transmission of Information by Orthogonal Functions». – Успехи физических наук, 1973, т.111, вып. 3, с. 80.
- Сороко Л.М. Секвентный анализ в технике и физике. - УФН, 1979, 129(10), с. 353.
- Токин Б.П. Общая эмбриология. - М., Высшая школа, 1987, 480 с.
- Фролов К.В. Вибрация - друг или враг. М.: Наука, 1984, 144 с.
- Хармут Х. Передача информации ортогональными функциями. – М.: Связь, 1975.
- Хармут Х. Несинусоидальные волны в радиолокации и радиосвязи. – М.: Радио и связь, 1985.
- Хармут Х. Применение методов теории информации в физике. – М.: Мир, 1989.
- Чернавский А.В. Кривые и поверхности. 2010.
<http://higeom.math.msu.ru/people/chernavski/chernav-difgeom2010-3.pdf>
- Шноль С.Э. Физико-химические факторы биологической эволюции. - М., 1989.
- Шульц Е. Организм как творчество. - В книге «Вопросы теории и психологии творчества», Харьков, 1916, т.7, с. 108-190.
- Якобсон Р.О. Избранные работы. – М., Прогресс, 1985.
- Coldea R., D. A. Tennant, E. M. Wheeler, E. Wawrzynska, D. Prabhakaran, M. Telling, K. Habicht, P. Smeibidl, K. Kiefer. Quantum Criticality in an Ising Chain: Experimental Evidence for Emergent E8 Symmetry. Golden Ratio Discovered in Quantum World: Hidden Symmetry Observed for the First Time in Solid State Matter. - *Science*, Jan. 8, 2010,
<http://www.sciencedaily.com/releases/2010/01/100107143909.htm>.
- Del Giudice E. Когерентная квантово-электродинамическая организация биохимических процессов. – Журнал формирующихся направлений науки, 2014, № 4(2), с. 92-99,
<http://www.unconv-science.org/pdf/4/giudice-ru.pdf>
- Petoukhov S.V. The genetic code, 8-dimensional hypercomplex numbers and dyadic shifts. – <http://arxiv.org/abs/1102.3596>, 30.01.2012, 80 с.
- Petoukhov S.V. Matrix Genetics and Algebraic Properties of the Multi-Level System of Genetic Alphabets. - *Neuroquantology*, 2011, v. 9, № 4, p. 60-81.
- Petoukhov S.V. Music and the Modeling Approach to Genetic Systems of Biological Resonances. – Lecture at International conference «The Information Society at the Crossroads», 3-7 June 2015, Vienna, Austria,
<http://sciforum.net/conference/70/paper/2812>
- Petoukhov S.V., He M. Symmetrical Analysis Techniques for Genetic Systems and Bioinformatics: Advanced Patterns and Applications. 2010, Hershey, USA: IGI Global, 271 p.
- Pollack G. H., Clegg J. In: Phase Transitions in Cell Biology, (Pollack G.H., Chin W.-C., eds.), Springer Science+Business Media B.V., 2008, pp. 143-152.
- Seberry J., Wysocki B.J., Wysocki T.A. On some applications of Hadamard matrices. – *Metrica*, 2005, 62: 221-239.
- Stewart I. Life's other secret: The new mathematics of the living world. - New-York: Penguin, 1999.
- Thompson, D. W. On Growth and Form. – 1917 (Dover reprint 1992).