

АНТРОПОМЕТРИЧЕСКИЙ КОНФИГУРАЦИОННЫЙ ПЕНТАКАНОН

Ракчеева Т.А.

Учреждение Российской академии наук Институт машиноведения РАН,
119334, Россия, Москва, Бардина 4, *E-mail*: rta_ra@list.ru

Стремительное техногенное развитие цивилизации за последнее время не убило желания прикоснуться к тайнам красоты вообще и красивой фигуры в частности. Элементы скелетной конструкции человека, развиваясь согласованно, образовали современную гармоничную форму фигуры в целом. Исследования норм структурной организации фигуры человека известны с давних времен. Первые формулировки закономерностей, определяющих гармоничную фигуру, касались соотношений между ее отдельными элементами, например: «расстояние от темени до пояса относится к общей длине тела как 1:3» (Пифагор, 6 в. до н.э.) или «высота тела равна десятикратной длине лица» (Поликлет, 5 в. до н.э.).

Со временем складывалась парадигма отношения к гармоничной фигуре как к системе связей между составляющими ее элементами, образующих гармоничное целое. «В каждом правильно и нормально построенном теле должен быть соблюден точно установленный закон правильной соразмерности его составных частей» (Витрувий, 1 в. до н.э.). «...Каждая отдельная часть требует соответственного отношения к прилегающей части, и ни одна из них не должна быть создана без правильного отношения с целым» (М.-А. Буонаротти, 16 в.). «...Всеобщая мера должна соблюдаться в длине фигур, а не в их толщине» (Л. да Винчи, 15 в.). Современная волна интереса к исследованию строения гармоничной фигуры человека внесла свой вклад в его парадигму: пропорциональные отношения следует привязывать к скелетным членениям фигуры (М. Шмидт), в этих пропорциях, соотносимых с ростом, много отношений, подчиненных законам золотого сечения (А. Цейзинг), законы антропогармонии подчинены также онтогенетическим законам роста (В.В.Бунак [1]).

Множество отдельных метрических соотношений, называемых канонами, дошло до наших дней. Это модульные, пропорциональные или более современные шкальные каноны. В канонах современной эстетики (Анохина, Штраца, Дрейфуса, Т.Д. Сингха и др.) встречаются каноны всех типов. В целом же, известное к настоящему времени собрание канонов представляет собой, как правило, разрозненные сочетания межэлементных отношений скелетной фигуры, часто дублирующих друг друга, в которых, наряду со скелетными измерениями, присутствуют и измерения с участием мягких тканей, обладающих, большой вариативностью даже для одного человека. В таких канонах нет системности, а значит, нет независимости и полноты. Так, например, известная детально проработанная система канонов Дюрера представляет собой конструктивные алгоритмы построения эталонной фигуры человека во всех деталях, поэтому содержит достаточное количество информации для ее восстановления, но формирование полной системы независимых элементных связей на основе этих канонов представляет собой отдельную нетривиальную задачу.

Принципиальной позицией данной работы является системный подход к фигуре человека и задаче описания ее структуры.

С точки зрения системного подхода *антропометрический канон* - набор инвариантов метрических пропорций скелетной фигуры человека, удовлетворяющий требованиям независимости и полноты.

Системная постановка задачи состоит в следующем:

Сформировать антропометрический канон - полную систему независимых антропометрических инвариантов, достаточную для метрической идентификации всех сегментов скелетной модели человека.

Решение поставленной задачи требует ответа на такие вопросы как: сколько всего инвариантов, какие должны быть инварианты, как их искать? Скелетная модель фигуры человека имеет нелинейную структуру с большим числом параметров. Поэлементный перебор метрических соотношений не сможет обеспечить решение поставленной задачи. Даже если удастся найти некоторое число инвариантов, это доставит лишь еще ряд связей

в общую историческую копилку известных канонов без решения задачи в целом, в парадигме системного подхода.

Кроме упомянутых выше канонов, известны примеры описания структурных свойств скелетной фигуры человека через вписывание ее в правильные геометрические фигуры, такие, как окружность и квадрат (Витрувий, Л. Да Винчи), пентаграмма (Г. Агриппа). Поскольку каждая из указанных геометрических фигур обладает определенными симметриями, то конфигурационное вписывание в них позволяет выявлять симметричные свойства фигуры человека. Конфигурационные связи, полученные таким способом, дают описание метрической организации фигуры человека на геометрическом языке. А соответствующий канон - набор антропометрических инвариантов, описывающих метрические свойства скелетной фигуры человека через симметрии правильной геометрической фигуры, в которую он вписан - является *конфигурационным*.

Истоки конфигурационного канона, возможно, уходят в прошлое значительно дальше, чем эпоха Возрождения. Так, *Витрувий отмечает в некоторых местах, что греки применили в изучении человеческого тела иррациональные пропорции. Он называет эту систему "геометрической симметрией", отличая ее от системы пропорций, основанной на целых или дробно-рациональных числовых коэффициентах, названной "арифметической симметрией"*. В самом деле, иррациональные пропорции можно получить лишь геометрическим построением на плоскости, поэтому, если исследуемая метрическая структура, содержит иррациональные соотношения, то адекватными средствами описания внутренних закономерностей будут геометрические симметрии и сформулированные на их основе геометрические каноны. Вписывание в окружность или квадрат дает отдельные метрические связи для идентификации антропометрических закономерностей, но их число недостаточно для полного описания.

Данная работа посвящена формированию полного числа независимых конфигурационных связей при вписывании фигуры в пентаграмму. Множество полученных таким методом инвариантов составляет пентагональный конфигурационный антропометрический канон, который назван *пентаканоном*.

Пентаканон - антропометрический конфигурационный канон на пентаграмме - позволяет получить полную систему антропометрических связей, достаточную для определения основных сегментов конечностей и тела.

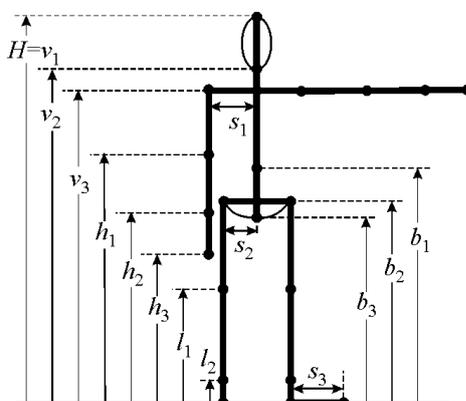


Рис. 1. Измерительная схема скелетной фигуры

Доказательством этого утверждения является система геометрических построений.

Традиционная схема антропометрических измерений содержит 12 параметров, таких, например, как рост, высота и ширина плеч, уровни межсуставных сочленений с др. (рис. 1).

Процедура вписывания фигуры с «усредненными» антропометрическими данными в пентагон воспроизводит оригинальный рисунок Агриппы, который содержит, кроме окружности и фигуры человека, пентаграмму, вписанную в пентагон, и еще малый внутренний пентагон. Характеристические параметры пентаграммы образуют множество констант, используемое при построении *пентаканона*.

Вписывание в пентаграмму производится элементарно только для дистальных 5-ти точек — головы, рук и ног, которые совмещаются с вершинами пентагона. Полное конфигурационное вписывание фигуры человека подразумевает поиск дополнительных

точек, ассоциированных с геометрией пентаграммы, которые совместимы с точками суставов — внутренними точками скелетной модели (рис. 2).

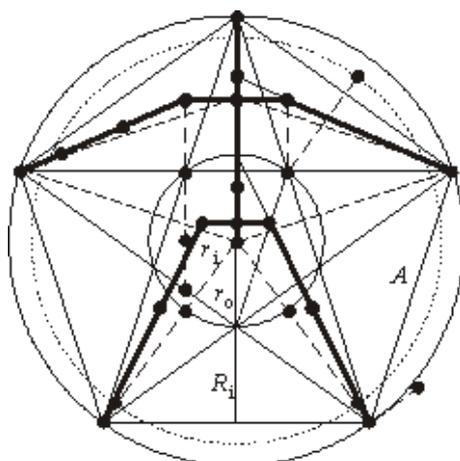


Рис. 2. Пентаканон

Из общей схемы конфигурационного канона пентаграммы следует, что суставные элементы руки приходятся на особые точки или линии пентаграммы. На основании таких соответствий сформируются искомые связи пентаграммы и скелетной фигуры человека, которые легко формализуются в линейном виде. Полный вывод связей приведен в работах [1-2].

Выделенные связи в виде системы уравнений образуют полную линейную систему независимых инвариантных уравнений пентаканона, определяющих и синергии структурной организации фигуры человека.

Ниже приводится решение системы: слева в параметрах симплекса $\{A, R_i, r_o, r_i\}$, которые выражаются, в свою очередь, через радиус описанной окружности R и порядок симплекса $n = 5$, а в колонке справа — через радиус R и хорошо известную константу $\varphi = (1+\sqrt{5})/2$:

$$\begin{aligned}
 v_1 &= 2R - \Delta b & &= R(5\varphi + 6)/2\delta \\
 v_2 &= 2R - r_o A^2/2R^2 - \Delta b & &= R(5\varphi - 2)/\delta \\
 v_3 &= R + 2r_i - \Delta b & &= 7R\varphi/2\delta \\
 b_3 &= R - \Delta b & &= R(3\varphi + 2)/2\delta \\
 h_1 &= 2R - (r_i + r_o) - \Delta b & &= R(5\varphi + 1)/2\delta \\
 h_2 &= R - \Delta b & &= R(3\varphi + 2)/2\delta \\
 h_3 &= 2R - (r_i + r_o) - R(A/2R_i)^2 - \Delta b & &= R(15\varphi - 19)/2\delta \\
 l_1 &= R - r_o & &= R(\varphi - 1) \\
 l_2 &= R - r_o - R(A/(2R_i))^2 & &= R(5\varphi - 8) \\
 s_1 &= Ar_o/R & &= R(2 - \varphi)(3 - \varphi)^{1/2} \\
 s_2 &= 2A\Delta b/r_o & &= R(3 - \varphi)^{1/2}/\delta \\
 s_3 &= r_i & &= R(\varphi - 1)/2
 \end{aligned}$$

where $b_2 = R$, $\Delta b = b_2 - b_3 = r_o^2/(2R_i + 3r_o) = R(2 - \varphi)/(2\delta)$; $\delta = (\varphi + 2)$.

Вычисленные таким образом параметры скелетной фигуры дают решение обратной задачи в явном виде. Они позволяют по одному параметру — радиусу или росту — рассчитать параметры обобщенной скелетной конструкции человека и размеры отдельных суставных элементов и построить антропометрическую модель.

Система соотношений пентаканона, наряду с другими, исторически известными, канонами, прошла статистическую проверку на несмещенность и устойчивость.

Процедура конфигурационного вписывания исследуемой метрической структуры в другие структуры с известными метрическими свойствами порождает новый метод поиска структурных закономерностей - *структурную когнитивную графику*. На рис. 3 представлен пример конфигурационного вписывания скелетной фигуры в гексагон.

В рамках данной работы был проведен сравнительный анализ числа инвариантов, получаемых в результате вписывания в симплексы разных порядков от 3 до 8 (рис.4). В начале горизонтальной оси присутствуют две дополнительные отметки, первая из которых соответствует ситуации, когда в качестве эталонной структуры выступает сама скелетная фигура человека, а вторая — круг. График показывает, что максимальное число

инвариантов для скелетной фигуры человека дает пентаграмма, значительное их количество - гексагональная структура, дальнейшее усложнение структуры не сопровождается увеличением числа инвариантов (сплошной линией выделены линейные связи).

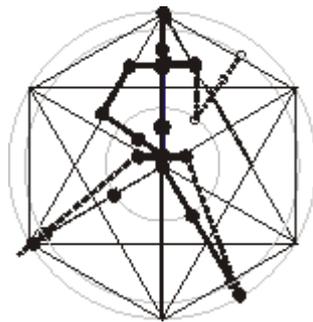


Рис.3. Вписывание скелетной фигуры человека в гексагональный симплекс

Сравнительный анализ числа инвариантов, получаемых в результате вписывания в симплексы разных порядков, показал, что выбор пентаграммы в качестве структуры для выведения полного числа инвариантов не случаен - пентаграмма занимает особое место в ряду симплексных структур низких порядков [1, 2].

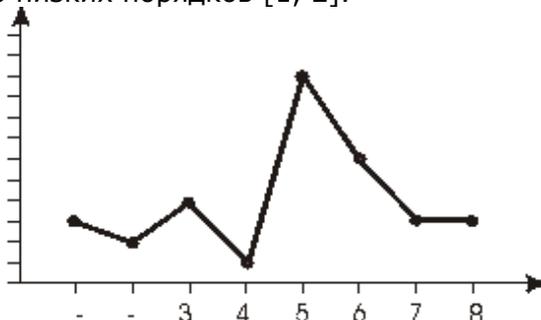


Рис. 4. Число инвариантов скелетной фигуры человека для симплексов разного порядка

Таким образом, выбор пентаграммы в качестве структуры для выведения полного числа инвариантов не случаен - пентаграмма занимает особое место в ряду симплексных структур низких порядков.

Заметим, что скелетную фигуру человека, вписанную в пентаграмму, можно упаковать в малый пентагон p_5 . Схема упаковки из 7 фаз приведена на рис. 5. Все сложения выполнены по суставным членениям рук и ног, туловище сложено по уровню талии. Дистальные точки сложенной скелетной фигуры, как видно из рисунков, приходятся на вершинные точки и линии малого пентагона.

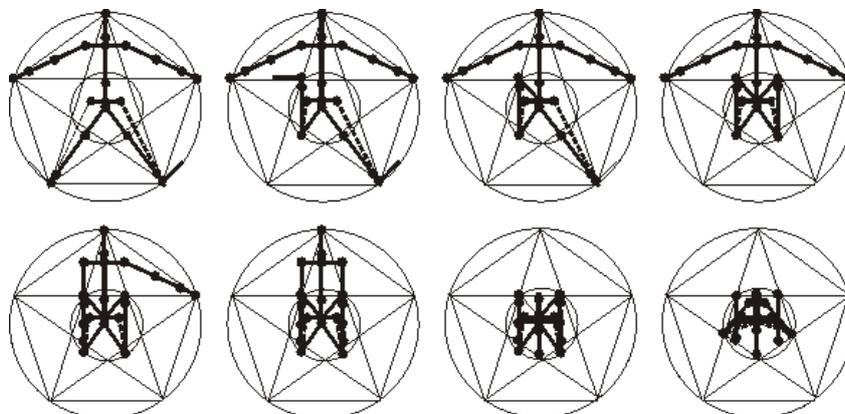


Рис. 5. Упаковка скелетной фигуры человека в малый пентагон.

В заключение отметим, что в ряде литературных источников можно уловить идеи поиска метрически-структурных закономерностей через сравнение с некоторой эталонной структурой: «Геометрические каноны являются одной из наиболее интересных форм обобщения концепций об идеальных пропорциях тела. Их построение явилось результатом применения геометрических построений в художественной композиции вообще и в архитектуре в частности. Соответствие между архитектурными набросками и пропорциями тела надо понимать скорее как результат использования архитектурных, геометрических диаграмм для анализа человеческого тела, а не как результат переноса биологических законов пропорций в архитектуру». Возможно следует только снять некоторую категоричность этого утверждения – указанный процесс может быть взаимно-обратным.

Вполне современными представляются слова: “Искусство своим совершенством и точностью обязано математике и ее умению считать, измерять и взвешивать; без математики все искусства были бы иллюзорны. Таким образом, конфигурационный антропометрический канон является результатом подчинения духа математическим законам и одновременно постижения мировой гармонии” (Марсилио Фичино, 1492 г.).

ANTHROPOMETRICAL CONFIGURATION PENTACANON

Rakcheeva Tatjana

Mechanical Engineering Research Institute, RAS
Moscow 117334, Bardina str., 4, +7(499)1355515; rta_ra@list.ru

Литература

1. Ракчеева Т.А. Pentacanon. // *Фестиваль симметрии, Материалы*. Будапешт, 2006.
2. Ракчеева Т.А. Пентаканон - инварианты антропометрии. // *Законодательная и прикладная метрология*. №6(106)/2009, сс. 54-61.