

ПАРАВЕКТОРНЫЕ, СПИНОРНЫЕ И КВАТЕРНИОННЫЕ ОБРАЗЫ ЕДИНИЧНОГО ВЕКТОРА

В.И.Тарханов, М.М.Нестеров¹

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,
Россия, 195251, СПб., Политехническая ул., 29, E-MAIL: tar@quel.hop.stu.neva.ru

¹Санкт-Петербургское отделение Института проблем химической физики им. Н.Н. Семенова РАН,
Россия, 198099, СПб., ул. Калинина, 13

В трехмерном (3М) евклидовом пространстве вектор обычно представляют отрезком прямой со стрелкой на конце, которая указывает его направление. Выделение в нем единичного вектора и скалярного масштабирующего множителя удобно при описании вращений, когда длина вектора не имеет значения. В фиксированной системе координат ориентацию единичного вектора задают направляющими косинусами. Иногда направляющие косинусы записывают в виде вектора-столбца или вектора-строки и расширяют эти обозначения на абстрактные пространства произвольной размерности.

В геометрической алгебре Клиффорда [1] мультивекторный базис состоит из 8 элементов. В нем появляются как новые формы представления вычислительного базиса, так и новые образы привычных геометрических объектов, в частности единичного вектора.

Так любой единичный вектор может быть выражен через разность комплементарных идемпотентных паравекторов, причем сумма этих паравекторов равна единичному скаляру. Такое представление не связано ни с какой системой координат.

В заданной системе координат через разности паравекторных идемпотентов удобно выразить базисные векторы [2]. С одной стороны, базисные идемпотенты, в сочетании с операциями сложения и умножения, определяют внутреннюю логику самой геометрической алгебры. С другой стороны, каждый из введенных идемпотентов является проектором и в операциях одностороннего умножения определяет пару базисных спинорных идеалов.

Произвольный единичный вектор можно рассматривать как результат пространственного поворота из состояния, соответствующего одному из базисных векторов. Для однозначности рассматривают кратчайший поворот в плоскости, натянутой на оба вектора. Он описывается парой сопряженных унитарных кватернионов. Представление исходного вектора разностью базисных паравекторов позволяет выразить паравекторы повернутого вектора как результат поворота базисных паравекторов. Идемпотентность базисных паравекторов позволяет выразить исходные и повернутые паравекторы через упорядоченные произведения контравариантного и ковариантного спиноров соответствующей знакоопределенности.

Переход к спинорным и кватернионным образам значительно упрощает описание пространственных вращений единичного вектора. В то же время сами спинорные паравекторные и кватернионные образы легко выражаются через линейные комбинации базисных мультивекторов. Это может оказаться полезными при расчете динамики поведения геометрических, физических, биологических и социальных объектов и явлений.

PARAVECTOR, SPINOR AND QUATERNION IMAGES OF A UNIT VECTOR

V.I.Tarkhanov, M.M.Nesterov¹

St. Petersburg State Polytechnical University, Russia, 195251, e-mail: tar@quel.hop.stu.neva.ru; ¹St.
Petersburg Branch of Institute for Problems of Chemical Physics RAS, Russia, 198099.

In geometric Clifford algebra each unit vector has its paravector, spinor and quaternion images, which can be expressed in terms of multivector linear combinations and vice versa. It can be used to calculate dynamics of behavior for some geometric, physical, biological, and social objects and phenomena.

Литература

1. Тарханов В.И. Геометрическая алгебра, ЯМР и обработка информации. – СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2002. 214 с.
2. А. Эбанга, В.И. Тарханов. Паравекторная логика операций на состояниях геометрического байта // НТВ СПбГПУ, 2008, № 3 (59), С. 278-283.