

ПРОСТРАНСТВА МИНКОВСКОГО КАК ПОДПРОСТРАНСТВА ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ АЛГЕБРЫ КЛИФФОРДА ТРЕХМЕРНОГО ЕВКЛИДОВА ПРОСТРАНСТВА

В.И.Тарханов, М.М.Нестеров¹

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,
Россия, 195251, СПб., Политехническая ул., 29, E-MAIL: tar@quel.hop.stu.neva.ru

¹Санкт-Петербургское отделение Института проблем химической физики им. Н.Н. Семенова РАН,
Россия, 198099, СПб., ул. Калинина, 13

Когда говорят о пространствах Минковского, обычно среди используемых математических объектов подразумевают только скаляры и векторы. Для получения четырехмерного пространства вводят четвертое векторное измерение, в качестве которого обычно рассматривают ось времени.

Базис геометрической алгебры Клиффорда трехмерного евклидова пространства состоит из восьми мультивекторов, что позволяет разместить внутри два пространства Минковского с противоположными метриками: $\{+, -, -, -\}$ и $\{+, +, +, -\}$. Первое представляет собой подпространство кватернионов – четную подалгебру алгебры Клиффорда, которая обладает нормой, в которой определено деление и которая совпадает по структуре с пространством Минковского специальной теории относительности. Однако оно не содержит в себе векторов. Второе ассоциируется с оставшимся пространством, состоящим из векторов и тривекторов, но не обладает свойством деления и скалярной нормой. Оба пространства сопряжены между собой относительно любого базисного вектора или тривектора, и оба не ассоциируются с пространством-временем.

Переход к 4-мерным и 8-мерным пространствам получается не за счет добавления лишних векторных размерностей, а за счет расширения понятия ортогональности. Ортогональными оказываются базисные мультивекторы различного ранга. Ортогональными (в смысле параллельности) оказываются комплементарные идемпотентные паравекторы. Односторонней ортогональностью обладают идемпотентный и нильпотентный элементы каждого спинорного базиса.

Вращение рассматривается как неотъемлемое свойство всех частиц, из которых состоят все физические, химические и биологические объекты. А время – как Фурье-образ от всего многообразия частот вращения.

Обсуждается связь базисных элементов пространств Минковского с элементами мультивекторного и аддитивного базисов. Даются примеры трансформации характерных геометро-алгебраических объектов при переходе из одного базиса в другой.

MINKOWSKI SPACES AS SUBSPACES OF GEOMETRIC CLIFFORD ALGEBRA OF 3D EUCLIDEAN SPACE

V.I.Tarkhanov, M.M.Nesterov¹

St. Petersburg State Polytechnical University, Russia, 195251, e-mail: tar@quel.hop.stu.neva.ru; ¹St. Petersburg Branch of Institute for Problems of Chemical Physics RAS, Russia, 198099.

Minkowski spaces of two different signatures are treated as inherent subspaces of an ordinary geometric Clifford algebra without any space-time interpretation. Notions of orthogonality are extended. Time is treated as a Fourier-image of rotations for the particles involved. Basis elements of Minkowski spaces are compared with those of multivector and additive bases. Image transformations with basis changes are discussed.

Литература

1. A. Ebanga, V.I. Tarkhanov. Information in eight dimensions: structuring and processing // Proc. SPIE, Vol. 7006, 70060P (2008); DOI:10.1117/12.802298.