

ФРАКТАЛЬНАЯ РАЗМЕРНОСТЬ И ГИСТОГРАММНЫЙ МЕТОД: МЕТОДИКА И НЕКОТОРЫЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ШУМОПОДОБНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

© 2013 г. В.А. Панчелюга, М.С. Панчелюга

*Институт теоретической и экспериментальной биофизики РАН,
142290, Пушкино Московской области, ул. Институтская, 3*

E-mail: panvic333@yahoo.com

Поступила в редакцию 26.12.12 г.

Работа посвящена методическому обоснованию гистограммного метода анализа временных рядов. Исследована связь между формой сглаженных гистограмм, построенных по коротким отрезкам временных рядов флуктуаций в протекании различных природных процессов и фрактальной размерностью. Показано, что фрактальной размерности присущи все особенности гистограммного метода. Предложено дальнейшее развитие метода определения фрактальной размерности, существенно повышающее точность ее вычисления, и показано, что его применение для анализа шумоподобных временных рядов приводит к результатам, которые ранее получались гистограммным методом с использованием экспертного сравнения.

Ключевые слова: флуктуации, гистограмма, гистограммный метод, шумоподобные временные ряды, фрактальная размерность, размерность минимального покрытия.

Широко известны работы [1–7] посвященные исследованию феномена макроскопических флуктуаций. Представленная в них обширная феноменология выявляет периодичности, найденные в шумоподобных временных рядах флуктуаций скорости протекания процессов различной природы. Уникальность данных работ целиком основана на использовании метода попарного сравнения формы гистограмм [7]. Выявляемые данным методом периоды остаются необнаружимыми при использовании привычных методов анализа временных рядов, как, например, спектральный анализ, корреляционный анализ и т.п.

Необходимо отметить, что, несмотря на более чем 30-летнюю историю его применения, метод попарного сравнения формы гистограмм остается, по сути, набором правил, найденных эмпирически и реализуемых путем экспертного сравнения. Последнее обстоятельство создает множество затруднений как при решении практических задач анализа временных рядов, так и в задачах обоснования достоверности полученных результатов.

Настоящая работа в первую очередь направлена на методическое обоснование метода попарного сравнения формы гистограмм путем установления его связи с хорошо обоснованными и широко используемыми методами фрактального анализа временных рядов. Соответ-

ственно, основным объектом нашего рассмотрения будет связь между формой гистограмм, построенных по коротким (30–100 точек) отрезкам временных рядов, и фрактальной размерностью, которая может быть вычислена для этих же отрезков временных рядов.

Основная сложность такой задачи до недавнего времени состояла в том, что вычисление с приемлемой точностью фрактальной размерности требует, как правило, использования временных рядов на порядок большей длины, чем длина отрезка временного ряда, используемого для построения гистограмм. Эту проблему удалось решить, отталкиваясь от идей, изложенных в работах [8–11], где предложен метод расчета фрактальной размерности по малым (десятки точек) выборкам. Дальнейшее развитие этого метода, представленное в настоящей работе, позволило сконструировать алгоритм вычисления фрактальной размерности, пригодный для решения поставленной нами задачи.

1. МЕТОД ПОПАРНОГО СРАВНЕНИЯ ГИСТОГРАММ

Методику обработки экспериментальных данных, основанную на методе попарного сравнения формы гистограмм, условно можно подразделить на три этапа: 1) преобразование исходного шумоподобного временного ряда в по-

следовательность сглаженных гистограмм; 2) попарное сравнение гистограмм экспертом и построение основанного на результатах экспертного сравнения распределения интервалов; 3) анализ полученного распределения интервалов. Эти этапы описаны в [7], а также в [1–4].

1.1 Обработка экспериментальных данных.

Построение распределения интервалов. На первом этапе исходный шумоподобный временной ряд флуктуаций некоторого природного процесса $\vec{D} = \{d_i | i=1, N\}$ длиной N разбивается на короткие отрезки $\vec{d} = \{d_i | i=1, n\}$ длиной $n \ll N$, состоящие из отдельных измерений d_i . Как правило, $n = 60$ или $n = 30$. Каждый отрезок \vec{d} преобразуется в соответствующую ему несглаженную гистограмму: $\vec{H} = \hat{h}\vec{d} = \hat{h}\{d_i | i=1, n\}$, где под \hat{h} понимается алгоритм построения гистограммы. После этого каждая гистограмма алгоритмом \hat{S} сглаживается s раз k -точечным прямоугольным окном. Величины s и k зависят от свойств исходного ряда и, в первую очередь, от значения его дисперсии. Чаще всего используются $k = 4$ и $s = 3 \div 10$.

Описанная процедура переводит исходный ряд флуктуаций в последовательность сглаженных гистограмм, у которых появляется новый параметр – форма (часто используется также термин – тонкая структура или ТС): $\hat{S}\vec{H} = \hat{S}\hat{h}\{d_i | i=1, n\}$. Подобие $\hat{S}\hat{h}\vec{d}_i \sim \hat{S}\hat{h}\vec{d}_j$ или непохожесть $\hat{S}\hat{h}\vec{d}_i + \hat{S}\hat{h}\vec{d}_j$ формы пары сглаженных гистограмм $\hat{S}\hat{h}\vec{d}_i$ и $\hat{S}\hat{h}\vec{d}_j$ устанавливается в процессе экспертного сравнения. Здесь $i, j = 1, M$, где M – целая часть от N/n . Необходимо особо отметить, что имеется в виду именно подобие формы гистограмм, а не точное их совпадение $\hat{S}\hat{h}\vec{d}_i = \hat{S}\hat{h}\vec{d}_j$.

Как показала практика, экспертная оценка является наиболее чувствительной к особенностям формы гистограмм и, как правило, не может быть воспроизведена в полной мере традиционными методами корреляционного анализа, спектрального анализа, введением различного рода мер сходства и т.д. Как следует из многолетних попыток создания автоматических алгоритмов сравнения формы гистограмм [12–15], полная или частичная автоматизация процесса экспертного сравнения возможна только на пути создания комплексных алгоритмов, моделирующих отдельные аспекты человеческого восприятия, в особенности его целостную природу.

Заключительной стадией второго этапа является построение распределения интервалов $I(\Delta)$ между парами подобных гистограмм. Под

Δ понимается величина временного интервала, разделяющего пару сравниваемых гистограмм во временном ряду. Экспертная оценка, являясь двузначной, имеет своим результатом заключение о подобии или непохожести пары гистограмм, $\eta(l, j)$:

$$\eta(l, j) = \begin{cases} 1, & \hat{S}\hat{h}\vec{d}_l \sim \hat{S}\hat{h}\vec{d}_j, \\ 0, & \hat{S}\hat{h}\vec{d}_l \neq \hat{S}\hat{h}\vec{d}_j. \end{cases} \quad (1)$$

В первом случае соответствующий интервал входит в распределение интервалов $I(\Delta)$ с весом, равным единице, во втором – нулю:

$$I(\Delta) = \sum_{l=1}^M \sum_{j=1}^M \eta(l, j) \varepsilon(|l - j| - \Delta), \quad (2)$$

где

$$\varepsilon(x) = \begin{cases} 1, & x = 0, \\ 0, & x \neq 0. \end{cases} \quad (3)$$

Распределение интервалов является основой дальнейшего анализа, в ходе которого получены основные закономерности феномена макроскопических флуктуаций [1–6].

1.2. Основные свойства гистограммного метода. К основным свойствам гистограммного метода можно отнести инвариантность результата попарного сравнения относительно линейных преобразований формы гистограмм. К таким преобразованиям относятся уже упоминавшиеся сдвиги:

$$\hat{S}\hat{h}\{d_i | i = \overline{1, n}\} = \hat{S}\hat{h}\{c + d_i | i = \overline{1, n}\}, \quad (4)$$

растяжения

$$\hat{S}\hat{h}\{d_i | i = \overline{1, n}\} \sim \hat{S}\hat{h}\{cd_i | i = \overline{1, n}\} \quad (5)$$

и зеркальные отражения

$$\hat{S}\hat{h}\{d_i | i = \overline{1, n}\} \sim \hat{S}\hat{h}\{d_{\max} + d_{\min} - d_i | i = \overline{1, n}\}, \quad (6)$$

где c – константа, d_{\max} и d_{\min} – максимальное и минимальное значения d_i на $\{d_i(t) | i = \overline{1, n}\}$.

Одним из важнейших свойств гистограммного метода является следующее:

$$\{d_i | i = \overline{1, n}\} \xrightarrow[\leftarrow]{\frac{1}{n!}} \hat{S}\hat{h}\{d_i | i = \overline{1, n}\}. \quad (7)$$

Выражение (7) означает, что переход от исходного отрезка временного ряда к гистограмме заданной формы является единственным, в то время как обратный переход от гистограммы к исходному отрезку временного

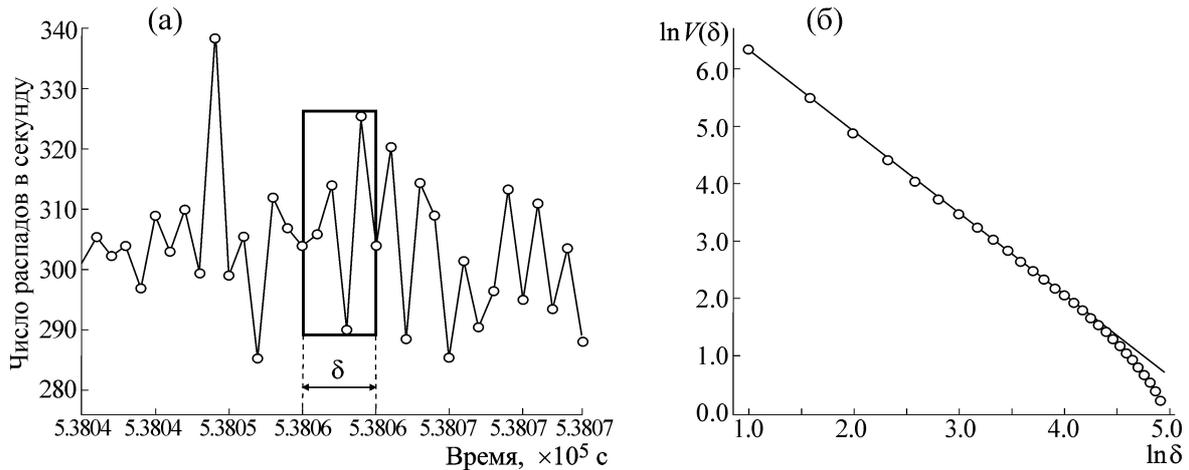


Рис. 1. Вычисление фрактальной размерности методом минимальных покрытий. Покрытие отрезка «минимальными» прямоугольниками с основанием δ (а), линейный участок $V(\delta)$ в двойных логарифмических координатах (б).

ряда становится неоднозначным: одной и той же гистограмме заданной формы будут соответствовать $n!$ отличающихся отрезков, полученных в результате перестановок элементов исходного отрезка. Так, для случая наиболее часто используемых гистограмм с $n = 60$, гистограмме одной и той же формы будут соответствовать порядка 10^{81} различающихся между собой 60-точечных отрезков.

Из свойства (7) следует, что информация, получаемая при анализе временных рядов гистограммным методом, не может быть получена такими привычными методами исследования, как, например, корреляционный или спектральный анализ. Действительно, из нечувствительности формы гистограмм к произвольным перестановкам внутри $\{d_i(t)|i = 1, n\}$ следует возможность задания практически любой корреляционной или спектральной зависимости во временном ряду, из которого получается последовательность гистограмм для анализа. Данная последовательность будет одной и той же для различных видов корреляционной и спектральной зависимостей, получаемых в результате перестановок.

2. ФРАКТАЛЬНАЯ РАЗМЕРНОСТЬ ПО МАЛЫМ ВЫБОРКАМ. МЕТОД МИНИМАЛЬНЫХ ПОКРЫТИЙ

Как было отмечено во введении, основная трудность сравнительного изучения гистограммного метода с методами, использующими фрактальную размерность, состоит в том, что последние требуют достаточно длинных временных рядов (тысячи точек) для определения фрактальной размерности с достаточной точ-

ностью. Иначе говоря, гистограммный метод осуществляет локальный анализ временных рядов, в отличие от методов, использующих фрактальную размерность.

Использовать фрактальную размерность для локального анализа временных рядов стало возможно после выхода работы [8], где был предложен алгоритм, позволяющий определение фрактальной размерности с приемлемой точностью на отрезках временных рядов длиной в десятки точек. Ниже кратко изложены идеи данного метода, развитые в дальнейшем в [9–11].

2.1. Вычисление фрактальной размерности. Метод минимальных покрытий. Вводится равномерное разбиение отрезка $\{d_i|i = 1, n\}$ на m подотрезков величиной $\delta = n/m$ и строится его минимальное покрытие, т.е. такое покрытие прямоугольниками с основанием δ , которое обладает минимальной площадью (рис. 1а).

Для этого высоты покрывающих прямоугольников $A_j(\delta)$ должны быть равны разности между минимальным и максимальным значениями \vec{d} на отрезке δ (рис. 1а). Вводится величина

$$V(\delta) = \sum_{j=1}^m A_j(\delta), \tag{8}$$

называемая вариацией. Тангенс угла наклона линейного участка зависимости $V(\delta)$ в двойных логарифмических координатах (рис. 1б) имеет смысл фрактальной размерности, которую, согласно [8], принято называть размерностью минимального покрытия. Как показано в [8–11],

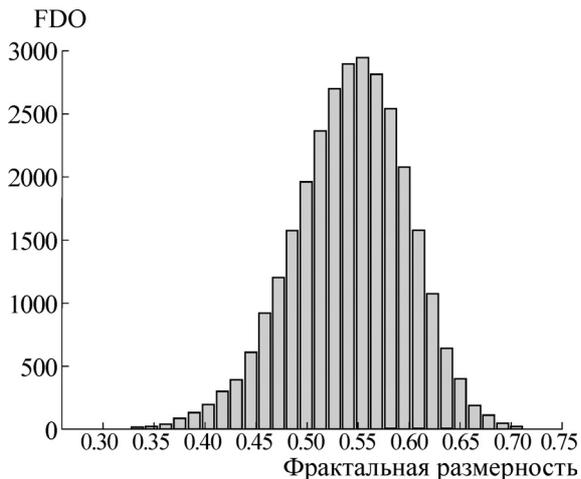


Рис. 2. Распределение фрактальной размерности, полученное в результате 30000 перестановок отрезка временного ряда.

вариация $V(\delta)$ имеет быстрый выход на асимптотический режим, что дает возможность вычисления фрактальной размерности по малому числу точек.

2.2. Размерности минимальных покрытий присущи все основные свойства гистограммного метода. Выражения (4)–(7) дают основные свойства гистограммного метода. Цель настоящего раздела – исследовать выполнение указанных свойств для метода минимальных покрытий.

Сдвиги, согласно (4), равняются

$$A'_j(\delta) = (c + d_{\max}(\delta)) - (c + d_{\min}(\delta)) = A_j(\delta). \quad (9)$$

Из (9) следует, что операция сдвига не изменяет значение фрактальной размерности отрезка временного ряда.

Зеркальные отражения, согласно (6):

$$A'_j(\delta) = (c - d_{\max}(\delta)) - (c - d_{\min}(\delta)) = -d_{\max}(\delta) + d_{\min}(\delta) = A_j(\delta), \quad (10)$$

где $c = d_{\max} + d_{\min}$. При инверсии d_{\max} и d_{\min} меняются местами, т.е.: $d_{\min} > d_{\max}$, и, следовательно, после инверсии $A'_j(\delta) = A_j(\delta)$, т.е. значение фрактальной размерности отрезка временного ряда инвариантно относительно инверсий.

Растяжения, согласно (5):

$$A'_j(\delta) = c(d_{\max}(\delta) - d_{\min}(\delta)) = c \cdot A_j(\delta), \quad (11)$$

$$V'(\delta) = \sum_{i=1}^m A'_i(\delta) = \sum_{i=1}^m c \cdot A_i(\delta) = cV(\delta), \quad (12)$$

$$\ln V'(\delta) = \ln(c \cdot V(\delta)) = \ln c + \ln V(\delta). \quad (13)$$

Для определения фрактальной размерности линейный участок $\ln V(\delta)$ аппроксимируется прямой $a \ln \delta + b$:

$$\ln V(\delta) \sim a \ln \delta + b. \quad (14)$$

Следовательно,

$$\ln V'(\delta) \sim a \ln \delta + (b + \ln c). \quad (15)$$

Из (15) следует, что растяжения приводят к параллельным переносам кривой $V(\delta)$ на графике в двойных логарифмических координатах и не влияют на ее угол наклона. Следовательно, растяжение или сжатие не изменяют значение фрактальной размерности отрезка временного ряда.

Итак, рассмотрение (9)–(15) показало, что фрактальная размерность, так же как и форма гистограмм (4)–(6), инвариантна относительно сдвигов, инверсий и растяжений.

2.3. Фрактальная размерность и форма гистограмм: инвариантность относительно перестановок внутри отрезка временного ряда. Проведенное выше рассмотрение оставило открытым вопрос относительно свойства (7): инвариантна ли фрактальная размерность, так же как и форма гистограмм, относительно перестановок внутри отрезка временного ряда?

На рис. 2 представлены результаты численного моделирования. Значения фрактальной размерности многократно вычислялись для одного и того же отрезка временного ряда, который перемешивался (было сделано 30000 перемешиваний) перед каждым новым вычислением. Для вычислений использовался отрезок временного ряда флуктуаций скорости альфа-распада длиной $n = 60$ точек.

Как можно видеть из распределения на рис. 2, свойство (7) в этом случае не имеет своего «фрактального» аналога. Если бы для фрактальной размерности выполнялся аналог (7), ее значение, после каждого перемешивания, оставалось бы неизменным.

«Побочным результатом» показанной на рис. 2 проверки свойства (7), является возможность повышения точности вычисления фрактальной размерности в случае реализации алгоритма с перемешиванием. Очевидно, что точность определения фрактальной размерности в этом случае пропорциональна отношению полуширины распределения (рис. 2) к его высоте. Так как полуширина обычно меньше единицы, а высота пропорциональна $n!$, то результирующая точность может быть весьма значительной.

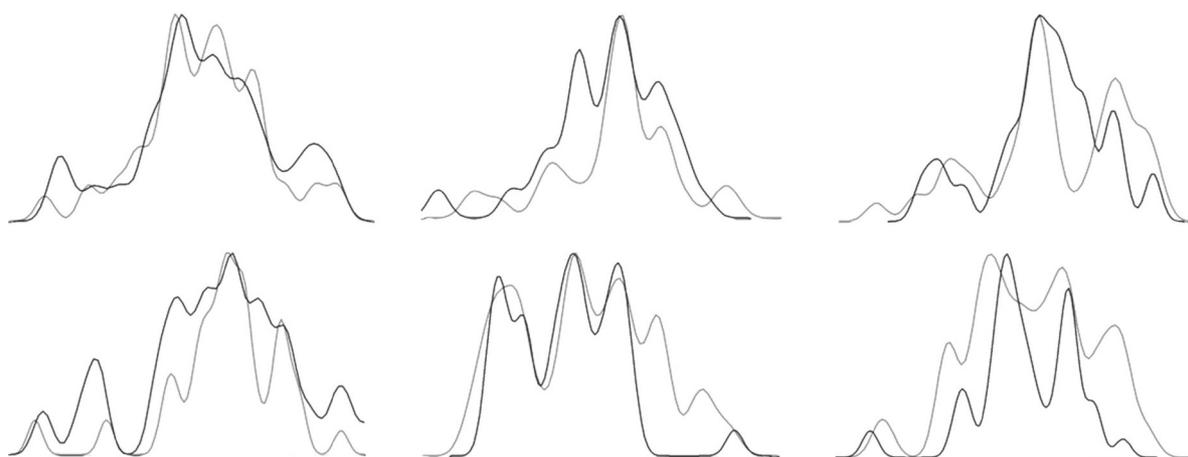


Рис. 3. Примеры гистограмм, построенных для отрезков временных рядов, фрактальная размерность которых отличается на величину не более чем 0,002.

2.4. Инвариантность фрактальной размерности относительно перестановок внутри отрезка временного ряда. Полученный в предыдущем разделе результат порождает вопрос: в чем причина уширения распределения фрактальной размерности? Как следует из 2.1, величина фрактальной размерности зависит от значения $V(\delta)$, которое, в свою очередь, зависит от значений $A_j(\delta)$. В результате покрытий отрезка временного ряда прямоугольниками с основанием δ некоторые возможные на данном отрезке значения $A_j(\delta)$ при числе перемешиваний, значительно меньшем $n!$, никогда не реализуются, так как присущие им значения $d_j(\delta)|_{\max}$ и $d_j(\delta)|_{\min}$ никогда не попадают в один и тот же покрывающий прямоугольник. Эта проблема, очевидно, снимается при полном числе перемешиваний $n!$, но для рядов, представляющих практический интерес, такое количество перемешиваний недостижимо. Поэтому результат, приведенный на рис. 2, в действительности не может рассматриваться как доказательство отсутствия аналога (7) для фрактальной размерности.

Отмеченная проблема позволяет по иному подойти к вычислению фрактальной размерности: не разбивать временной ряд на изолированные, анализируемые отдельно прямоугольники с основанием δ , а рассмотреть все возможные сочетания элементов анализируемого отрезка временного ряда на различных масштабах δ , выявив тем самым все возможные для данного отрезка $A_j(\delta)$. Таким образом, возможно обойти «проблему границ покрытий».

Реализация этой идеи в числовой модели, анализирующей все возможные сочетания, показывает, что для фрактальной размерности, в

действительности, свойство (7) выполняется – она инвариантна относительно любых перестановок элементов внутри отрезка временного ряда.

3. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФРАКТАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ ДЛЯ АНАЛИЗА ШУМОПОДОБНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Существование аналогов свойств (4)–(7) для фрактальной размерности, а также возможность точного ее определения для отрезков временных рядов длиной в десятки точек при помощи алгоритмов, использующих все возможные для данного δ сочетания, дает надежду на то, что локальный анализ временных рядов с использованием размерности минимального покрытия позволит повторить результаты, полученные ранее при помощи гистограммного метода.

На рис. 3 и рис. 4 приведены гистограммы, построенные по 30-точечным отрезкам временных рядов, для которых предварительно была вычислена фрактальная размерность методом «всех сочетаний», как описано в 2.4. Были отобраны примеры пар гистограмм (рис. 3), фрактальная размерность которых отличается на величину, не превышающую 0,002, и пары гистограмм, для которых эта разность превышает 0,13 (рис. 4). Легко видеть, что в первом случае (рис. 3) гистограммы подобны, а во втором – нет. Также необходимо отметить, что в данном случае речь идет именно о подобии, а не о точном совпадении формы гистограмм.

Примеры локального анализа временных рядов флуктуаций скорости альфа-распада с

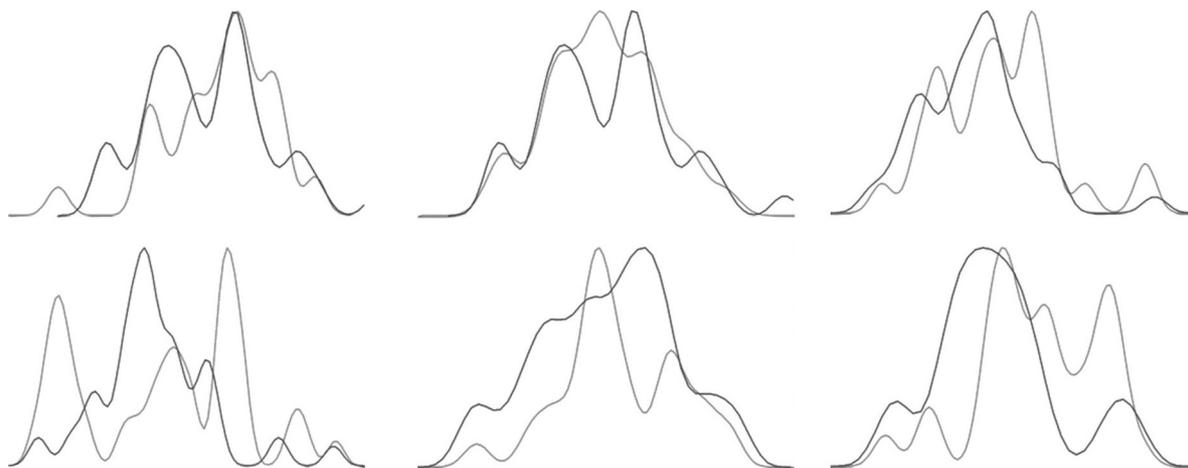


Рис. 4. Примеры гистограмм, построенных для отрезков временных рядов, фрактальная размерность которых превышает величину 0,13.

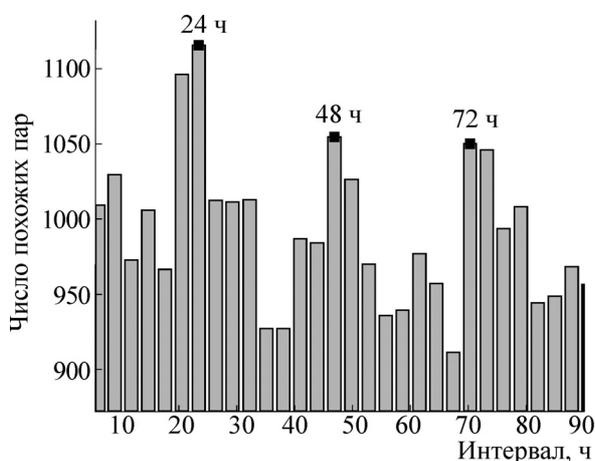


Рис. 5. Распределение интервалов, вычисленное с использованием фрактальной размерности для 3-часовых 30-точечных отрезков временного ряда флуктуаций скорости α -распада.

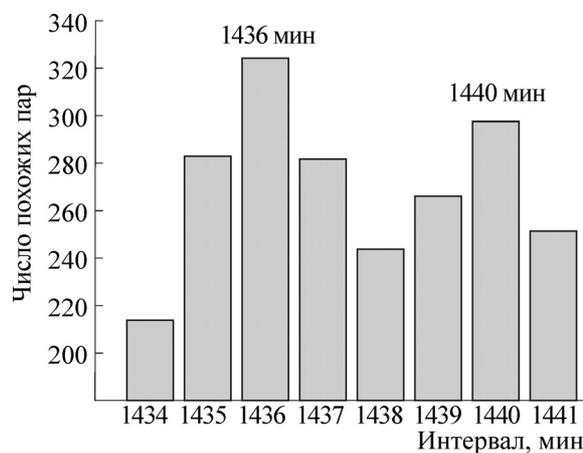


Рис. 6. Распределение интервалов, вычисленное с использованием фрактальной размерности для 1-минутных 30-точечных отрезков временного ряда флуктуаций скорости α -распада.

использованием фрактальной размерности, вычисленной по «всем сочетаниям», приведены на рис. 5–7.

На рис. 5 представлено распределение интервалов, вычисленное с использованием 3-часовых 30-точечных отрезков временного ряда. Отчетливо видно наличие суточного периода и его гармоник – 48 и 72 ч. На рис. 6 представлено более детальное исследование около-суточных периодов с использованием 1-минутных ($n = 30$) отрезков временного ряда. Видно наличие хорошо выраженного периода, равного периоду звездных суток, а также периода, равного солнечным суткам. Необходимо отметить, что распределения интервалов, показанные на рис. 5 и рис. 6, ранее были получены в [1–4] и являются своего рода «классикой» в исследова-

ниях феномена макроскопических флуктуаций.

На рис. 7 представлены предварительные результаты проводящегося в настоящее время эксперимента, в котором источник α -распада вращается с периодом, равным 90 мин, моделируя суточное движение Земли. Ось вращения источника ориентирована параллельно оси вращения Земли. Для расчета использовались 3-минутные ($n = 30$) отрезки временного ряда. Из приведенного на рис. 7 распределения интервалов видно, что в этом случае присутствуют периоды, равные 45, 90, 135 и 180 мин. Результаты экспертного сравнения выявляют те же периоды.

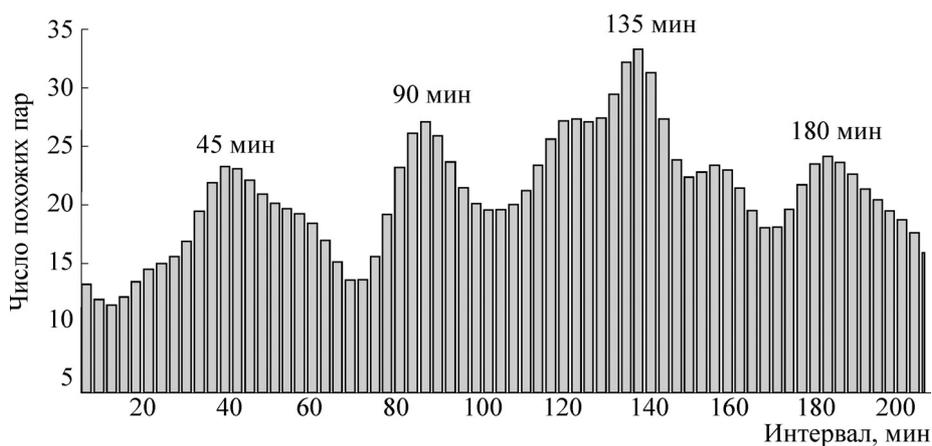


Рис. 7. Распределение интервалов, вычисленное с использованием фрактальной размерности для 3-минутных 30-точечных отрезков временного ряда флуктуаций скорости α -распада для вращающегося с периодом 90 мин источника α -активности.

ВЫВОДЫ

Главными результатами настоящей работы можно считать следующие: 1) развит метод определения фрактальной размерности по малым выборкам и предложены алгоритмы ее точного вычисления; 2) показано, что фрактальной размерности, вычисленной «по всем сочетаниям», присущи все основные свойства гистограммного метода; 3) формы гистограмм, построенных по отрезкам временных рядов, имеющих близкое значение фрактальной размерности, подобны. В силу этого фрактальную размерность можно рассматривать как способ однопараметрического представления формы гистограмм; 4) показано, что локальный анализ временных рядов, основанный на фрактальной размерности «по всем сочетаниям», позволяет воспроизвести закономерности, получаемые путем экспертного сравнения при помощи гистограммного метода.

Необходимо отметить, что затраты времени при экспертном сравнении пропорциональны N^2 , так как эксперт производит визуальное сравнение формы гистограмм «всех со всеми». Фрактальная размерность, используемая для тех же задач, требует затрат времени, которые пропорциональны N , так как в этом случае основное время затрачивается не на процедуру сравнения, а на определение фрактальной размерности отрезков временного ряда. Поэтому с ростом N методы анализа временных рядов, представленные в настоящей работе, становятся несоизмеримо эффективнее методов экспертного сравнения.

Использование компьютерных алгоритмов, моделирующих работу эксперта [12–15] для повышения объективности получаемых результа-

тов, приводит к следующему парадоксу. Компьютерный алгоритм тем лучше воспроизводит особенности человеческого восприятия, чем большее число особенностей формы гистограмм он учитывает. Но каждый шаг детализации формы приводит к необходимости введения новых подстроечных параметров, которые задаются пользователем и поэтому являются в определенной степени субъективными. Следовательно, чем более совершенный алгоритм мы создаем, тем более субъективными могут быть результаты его работы. В то же время алгоритм, заменяющий сравнение гистограмм исследованием близости значений фрактальной размерности отрезков временного ряда, требует для своей работы задания только одного параметра – минимального значения разности фрактальной размерности для пары сравниваемых отрезков.

Авторы работ [8–11], образно говоря, убрали «жесткость» по оси Y , адаптируя покрывающие прямоугольники к соответствующим параметрам исследуемого процесса. Это дало более быстрый выходу кривой $V(\delta)$ на асимптотический режим и возможность вычисления фрактальной размерности на малых выборках с достаточной точностью. Предложенный в настоящей работе метод вычисления фрактальной размерности «по всем сочетаниям» убирает «жесткость» покрывающего прямоугольника по оси X , привязываясь только к величине δ . Устранение «границ» покрывающего прямоугольника привело к полному устранению ошибки, связанной с разбиением используемого отрезка временного ряда и существенно повысило точность вычисления фрактальной размерности.

Авторы благодарят коллектив лаборатории физической биохимии ИТЭБ РАН за многочисленные обсуждения и постоянный интерес к настоящей работе. Особая благодарность С.Э. Шнолю – автору гистограммного метода, чей непрерывный труд в качестве эксперта позволил установить основные закономерности феномена макроскопических флуктуаций. Инициированные им размышления о возможной связи фрактальной размерности и формы гистограмм дали начало настоящей работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. С. Э. Шноль, В. А. Коломбет, Э. В. Пожарский и др., *Успехи физ. наук* **168** (10), 1129 (1998).
2. С. Э. Шноль, Т. А. Зенченко, К. И. Зенченко и др., *Успехи физ. наук* **170** (2), 214 (2000).
3. Н. В. Удальцова, В. А. Коломбет и С. Э. Шноль, *Возможная космофизическая обусловленность макроскопических флуктуаций в процессах различной природы* (Пушино, ОНТИ НЦБИ АН СССР, 1987).
4. С. Э. Шноль, *Космофизические факторы в случайных процессах* (Стокгольм, Svenska fysikarkivet, 2009).
5. В. А. Панчелюга, В. А. Коломбет, М. С. Панчелюга и С. Э. Шноль, *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике* **1** (5), **3**, 116 (2006).
6. В. А. Панчелюга и С. Э. Шноль, *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике*, **2** (6), **3**, 188 (2006).
7. С. Э. Шноль и В. А. Панчелюга, *Мир измерений* **6**, 49, (2007).
8. М. М. Dubovikov, N. V. Starchenko, and M. S. Dubovikov, *Physica A* **339**, 591, (2004).
9. М. М. Дубовиков, А. В. Крянев и Н. В. Старченко, *Вестн. РУДН, Сер. «Прикладная и компьютерная математика»* **3** (1), 30 (2004).
10. Н. В. Старченко, Дис. канд. физ.-мат. наук (М., 2005).
11. М. М. Дубовиков и Н. В. Старченко, *Успехи физ. наук* **181** (7), 779 (2011).
12. С. Э. Шноль, В. А. Коломбет, Т. А. Зенченко и др., *Биофизика* **43** (5), 909 (1988).
13. Н.В. Удальцова, Дис. канд. физ.-мат. наук (ИБФ АН СССР, Пушино, 1990).
14. V. V. Strelkov, *Pattern Recognition Lett.* **29**, 1768 (2008).
15. V. A. Gruzdev, *Progress in Physics* **3**, 25 (2012).

Fractal Dimension and Histogram Method: Algorithm and Some Preliminary Results of Noise-Like Time Series Analysis

V.A. Panchelyuga and M.S. Panchelyuga

*Institute of Theoretical and Experimental Biophysics, Russian Academy of Sciences,
ul. Institutskaya 3, Pushchino, Moscow region, 142290 Russia*

In the present work a methodological background for the histogram method of time series analysis is developed. Connection between shapes of smoothed histograms constructed on the basis of short segments of time series of fluctuations and the fractal dimension of the segments is studied. It is shown that the fractal dimension possesses all main properties of the histogram method. Based on it a further development of fractal dimension determination algorithm is proposed. This algorithm allows more precision determination of the fractal dimension by using the «all possible combination» method. The application of the method to noise-like time series analysis leads to results, which could be obtained earlier only by means of the histogram method based on human expert comparisons of histograms shapes.

Key words: fluctuations, histogram, histogram method, noise-like time series, fractal dimension, dimension of minimal cover

Сдано в набор 17.12.12	Подписано к печати 28.01.13	Формат 60x88 ¹ / ₈
Цифровая печать	Усл. печ. л. 12,0	Усл. кр.-отг. 2,1 тыс.
	Тираж 166 экз.	Уч.-изд. л. 12,1
		Бум. л. 6,0
		Зак. 1007

Учредители:
Российская академия наук,
Институт биофизики клетки РАН

Издатель: Российская академия наук. Издательство «Наука»
117997, Москва, Профсоюзная ул., 90

Отпечатано в ППП «Типография «Наука», 121099, Москва, Шубинский пер., 6